



# **PODKLADOVÁ STUDIE**

Matematika a její aplikace

RNDr. Eva Zelendová

# PODKLADOVÁ STUDIE

*Matematika a její aplikace*

*RNDr. Eva Zelendová*

NUV, Praha 2018

## OBSAH

Úvod.....	3
<b>1 Monitoring a evaluace existujících kurikulárních dokumentů.....</b>	<b>4</b>
<b>1.1 Monitoring zahraničních zkušeností.....</b>	<b>4</b>
<b>1.1.1 Porovnání očekávaných výstupů vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace v RVP ZV s úrovní nastavenou v mezinárodních výzkumech PISA a TIMSS.....</b>	<b>4</b>
<b>1.1.2 Porovnání očekávaných výstupů vzdělávacího oboru Matematiky a její aplikace v RVP ZV s vybraným vzorkem zahraničních kurikulárních dokumentů.....</b>	<b>12</b>
<b>1.2 Monitoring realizovaného kurikula.....</b>	<b>17</b>
<b>1.2.1 Výsledky pedagogického výzkumu v didaktice vzdělávacího oboru Matematika.....</b>	<b>17</b>
<b>1.2.2 Soulad školních vzdělávacích programů s RVP.....</b>	<b>21</b>
<b>1.3 Monitoring dosahovaných výsledků učení ve vztahu k požadavkům RVP.....</b>	<b>23</b>
<b>1.3.1 Výsledky testování žáků realizovaných ČŠI.....</b>	<b>23</b>
<b>1.3.2 Výsledky přijímacích zkoušek do maturitních oborů SŠ.....</b>	<b>24</b>
<b>1.3.3 Výsledky maturitních zkoušek.....</b>	<b>27</b>
<b>1.4 Monitoring podnětů zainteresovaných aktérů.....</b>	<b>32</b>
<b>2 Identifikace nových společenských potřeb.....</b>	<b>35</b>
<b>2.1 Studium strategických materiálů z relevantních sfér rozvoje společnosti.....</b>	<b>35</b>
<b>2.1.1 Klíčové schopnosti pro celoživotní učení – Evropský Referenční Rámec.....</b>	<b>35</b>
<b>2.1.2 Dlouhodobý záměr vzdělávání a rozvoje vzdělávací soustavy České republiky na období 2015–2020.....</b>	<b>35</b>
<b>2.1.3 Strategie digitálního vzdělávání do roku 2020.....</b>	<b>37</b>
<b>2.2 Studium veřejně zaujímaných postojů ke vzdělávání.....</b>	<b>39</b>
<b>2.3 Studium výsledků sociologických a psychologických výzkumů týkající se potřeb a očekávání mladých lidí.....</b>	<b>41</b>
<b>2.4 Studium výsledků vědy a výzkumu relevantních pro danou vzdělávací oblast.....</b>	<b>44</b>
<b>3 Návrh na revidované RVP v dané vzdělávací oblasti.....</b>	<b>46</b>
<b>3.1 Návrh na změny v celkové koncepci vzdělávání.....</b>	<b>46</b>
<b>3.2 Návrh na hlavní změny v požadovaných výsledcích učení žáků.....</b>	<b>46</b>
<b>3.3 Návrh na způsoby hodnocení požadovaných výsledků učení.....</b>	<b>47</b>
<b>3.4 Popis hlavních učebních činností žáků v příslušné vzdělávací oblasti.....</b>	<b>48</b>
<b>3.5 Referenční komplexní úlohy pro žáky a jejich zdroje.....</b>	<b>49</b>
<b>4 SWOT analýza změn současného kurikula vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace.....</b>	<b>51</b>
<b>Informační zdroje.....</b>	<b>52</b>

# Úvod

Motto:

*Revize kurikula představuje proces kritického přehodnocování rámcových vzdělávacích programů (RVP) na základě vnějších podnětů a dat zjištěných při hodnocení kurikula. Při revizi se tedy ověřuje, zda platná stávající RVP zohledňují nové podněty a zda jsou, nebo nejsou příčinou problémů zjištěných při hodnocení kurikula.<sup>1</sup>*

Česká republika patří mezi státy, které sledují vývoj svého kurikula a porovnávají výsledky šetření se zahraničními trendy ve vzdělávání. Předkládaná podkladová studie Národního ústavu pro vzdělávání (NÚV), která je věnována vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace, shrnuje některá důležitá zjištění z let 2010 až 2016.

NÚV provedl od roku 2010 do současnosti několik šetření od předškolního vzdělávání po střední vzdělávání a shromáždil řadu zajímavých námětů pro revize kurikula. Tyto podněty byly získány při analýze zahraničních kurikulárních dokumentů a analýze českého kurikula vzhledem k obsahu mezinárodního šetření PISA i sběrem názorů na současné kurikulum a podnětů k jeho zlepšení od učitelů<sup>2</sup> v rámci řady konferencí i seminářů, které byly uskutečněny v uvedeném období ve všech krajích České republiky. Předkládaná podkladová studie tato zjištění dává do souvislostí s různými zahraničními a domácími analýzami i s výsledky českých žáků u přijímacích a maturitních zkoušek.

Vzhledem k tomu, že vzdělávací oblast Matematika a její aplikace patří mezi důležité (a tím i velmi sledované) vzdělávací oblasti, nemohla předkládaná podkladová studie postihnout všechny aspekty vzdělávání napříč všemi stupni vzdělávání. Věříme však, že se čtenář ve studii seznámí s řadou podnětů, které je třeba při revizích kurikula vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace diskutovat s odborníky.

RNDr. Eva Zelendová

Garantka vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace, NÚV

Praha, prosinec 2016

---

<sup>1</sup> [http://wiki.rvp.cz/Knihovna/1.Pedagogicky\\_lexikon/R/Revize\\_kurikula](http://wiki.rvp.cz/Knihovna/1.Pedagogicky_lexikon/R/Revize_kurikula)

<sup>2</sup> V celém textu je třeba chápat pojmy učitel a žák ve významu učitel/učitelka, žák/žákyně apod.

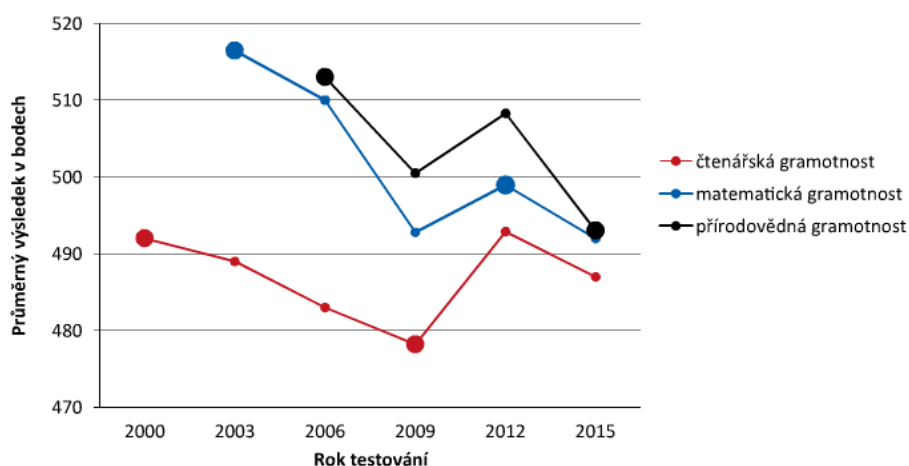
# 1 Monitoring a evaluace existujících kurikulárních dokumentů

## 1.1 Monitoring zahraničních zkušeností

### 1.1.1 Porovnání očekávaných výstupů vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace v RVP ZV s úrovní nastavenou v mezinárodních výzkumech PISA a TIMSS

Česká republika se pravidelně účastní mezinárodních šetření PISA a TIMSS, protože účast v mezinárodních šetřeních poskytuje důležité informace o výkonu systému a také umožňuje monitorovat pokrok v čase. Měření výstupů získaných zapojením do mezinárodních studií patří mezi základní indikátory efektivity školního vzdělávání v ČR.<sup>3</sup>

Hlavním záměrem projektu **PISA** je zjišťovat úroveň čtenářské, matematické a přírodovědné gramotnosti patnáctiletých žáků. V oblasti matematické gramotnosti se v České republice od roku 2003 statisticky významně zhoršily výsledky žáků všech druhů škol. Na dílčím zlepšení průměrného výsledku českých žáků v matematice se podíleli zejména žáci základních škol, jejichž průměrný výsledek vzrostl od roku 2009 o 16 bodů. Zlepšení žáků základních škol tak dokázalo vykompenzovat zhoršování výsledků žáků víceletých gymnázií, nematuritních oborů středních škol a speciálních škol.<sup>4</sup> V roce 2015 byly výsledky žáků na úrovni průměru zemí OECD, výsledky dívek a chlapců byly srovnatelné.<sup>5</sup>



Graf 1 Změny ve výsledcích českých žáků v gramotnostních oblastech od roku 2000

<sup>3</sup> Dlouhodobý záměr vzdělávání a rozvoje vzdělávací soustavy České republiky na období 2015–2020. Praha: MŠMT.

<sup>4</sup> Palečková, J., Tomášek, V. *Hlavní zjištění PISA 2012*. Praha: ČŠI, 2013.

<sup>5</sup> Blažek, R., Příhodová, S. *Mezinárodní šetření PISA 2015*. Praha: ČŠI, 2016.

Česká republika je jednou z deseti zemí OECD, jejichž žáci měli při výzkumu PISA 2012, kdy byla větší část věnována právě matematice, nejlepší relativní výsledek na dílčí škále *používání* (žák používá matematické pojmy, fakta, postupy a uvažování), protože na ní vykazali o 5 bodů lepší výsledek než na celkové škále. Oproti tomu na škále *formulování* (žák matematicky formuluje situace) a škále *interpretování* (žák interpretuje, aplikuje a hodnotí matematické výsledky) měli žáci horší výsledky než na celkové škále (viz tabulka 1). Země jsou v tabulce řazeny sestupně podle celkového průměrného výsledku v matematice.

	Celkový výsledek	Rozdíl mezi výsledkem na dílčí a na celkové škále		
		Formulování	Používání	Interpretování
Estonsko	521	-3	4	-8
Polsko	518	-2	1	-3
Belgie	515	-2	1	-2
Slovinsko	501	-9	4	-3
<b>Česká republika</b>	<b>499</b>	<b>-4</b>	<b>5</b>	<b>-5</b>
Lotyšsko	491	-3	5	-4
Rusko	482	-1	5	-11
Slovensko	482	-1	4	-8
Litva	479	-1	3	-8
Srbsko	449	-2	2	-3
Kypr	440	-3	3	-4

■ Výsledek na dílčí škále je o méně než 3 body vyšší než na celkové škále    
■ Výsledek na dílčí škále je o méně než 3 body nižší než na celkové škále  
■ Výsledek na dílčí škále je o 3 až 10 bodů vyšší než na celkové škále    
■ Výsledek na dílčí škále je o 3 až 10 bodů nižší než na celkové škále  
■ Výsledek na dílčí škále je o 10 a více bodů nižší než na celkové škále

Tabulka 1 Výsledky vybraných zemí na dílčích škálách matematických postupů – PISA 2012

Tabulka 2 přináší obdobné srovnání pro dílčí škály matematického obsahu: *Změna a vztahy*, *Prostor a tvar*, *Kvantita* (dobré výsledky našich žáků), *Neurčitost a data* (velmi špatné výsledky žáků ČR).

	Celkový výsledek	Rozdíl mezi výsledkem na dílčí a na celkové škále			
		Změna a vztahy	Prostor a tvar	Kvantita	Neurčitost a data
Estonsko	521	9	-8	4	-10
Belgie	515	-1	-6	4	-7
Německo	514	2	-6	4	-5
Rakousko	506	1	-5	5	-7
Slovinsko	501	-2	2	3	-5
<b>Česká republika</b>	<b>499</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>6</b>	<b>-11</b>
Lotyšsko	491	6	6	-3	-12
Lucembursko	490	-2	-3	5	-7
Slovensko	482	-7	8	5	-10
Litva	479	0	-7	4	-5
Bulharsko	439	-4	3	4	-7

■ Výsledek na dílčí škále je o méně než 3 body vyšší než na celkové škále    
■ Výsledek na dílčí škále je o méně než 3 body nižší než na celkové škále  
■ Výsledek na dílčí škále je o 3 až 10 bodů vyšší než na celkové škále    
■ Výsledek na dílčí škále je o 3 až 10 bodů nižší než na celkové škále  
■ Výsledek na dílčí škále je o 10 a více bodů nižší než na celkové škále

Tabulka 2 Výsledky vybraných zemí na dílčích škálách matematického obsahu – PISA 2012

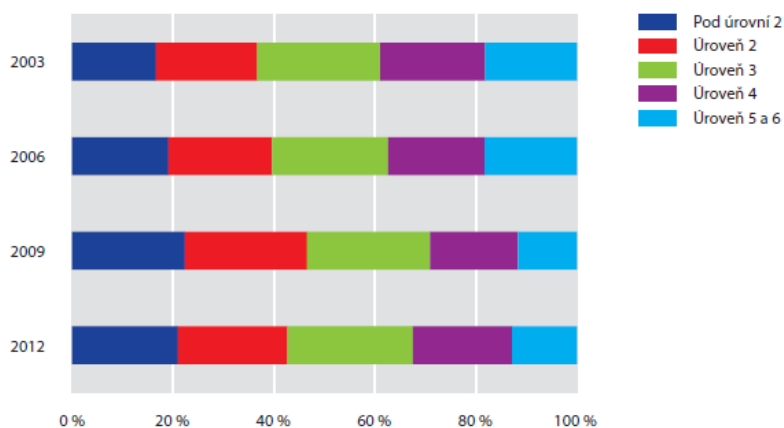
Výsledky žáků v testu matematické gramotnosti lze prezentovat jak pomocí počtu bodů na dříve uvedených škálách, tak pomocí zastoupení žáků ve skupinách s různou úrovní matematické gramotnosti. K tomuto účelu byly definovány tzv. úrovně způsobilosti:

Úroveň	Charakteristika úloh na dané úrovni
<b>6</b>	Na úrovni 6 jsou žáci schopni konceptualizovat, zobecnit a použít informace, které získali vlastním zkoumáním a modelováním komplexní problémové situace. Dovedou propojit různé zdroje informací a různé reprezentace i flexibilně překládat z jedné formy reprezentace do druhé. Žáci ovládají pokročilé matematické myšlení a uvažování, jsou schopni využít vhled a porozumění, ovládají symbolické a formální matematické operace a vztahy. To vše využívají k vytváření nových přístupů a strategií pro řešení nových situací. Žáci jsou na této úrovni schopni formulovat, jak postupují, umějí reflektovat svá zjištění, výsledky, interpretace, argumenty a dovedou posoudit vhodnost těchto výsledků z hlediska původní situace.
<b>5</b>	Na úrovni 5 žáci umějí vytvářet modely komplexních situací a s těmito modely dále pracovat, dovedou určit omezující podmínky a formulovat předpoklady. Umějí také vybírat, porovnávat a vyhodnotit strategie řešení vhodné pro práci s komplexními úlohami, které z modelů vyplývají. Na této úrovni žáci umějí postupovat jak strategicky, tak využívat bohaté a rozvinuté myšlení a uvažování, jsou schopni vhodné, navzájem propojené reprezentace a symbolické i formální charakteristiky situací a vzhledu do nich. Umějí reflektovat své jednání a formulovat a sdělovat své interpretace a závěry.
<b>4</b>	Na úrovni 4 žáci dovedou efektivně pracovat s explicitními modely komplexních konkrétních situací, které mohou obsahovat omezující podmínky nebo vyžadovat vyslovení předpokladů. Umějí zvolit a integrovat různé reprezentace včetně symbolických a jsou schopni přiřadit k prvkům situací z reálného světa. Žáci na této úrovni využívají rozvinuté dovednosti a umějí v kontextech z reálného světa flexibilně uvažovat, někdy dokonce proniknout hluboko do situace. Dovedou zformulovat a sdělovat vysvětlení a argumenty, přičemž vycházejí z vlastních interpretací, argumentace a činnosti.
<b>3</b>	Na úrovni 3 žáci umějí realizovat jasně definované postupy, včetně těch, které vyžadují sekvenci rozhodování. Dovedou zvolit a aplikovat jednoduché řešitelské strategie. Žáci na této úrovni jsou schopni interpretovat a využívat data pocházející z různých zdrojů informací a vyvozovat z nich závěry. Umějí krátce sdělit své interpretace, výsledky a dedukce.
<b>2</b>	Na úrovni 2 žáci umějí interpretovat a poznat situace v kontextech, které nevyžadují víc než přímé úsudky. Dovedou vybrat podstatné informace z jednoho zdroje a využívají jednu formu reprezentace. Žáci na této úrovni umějí používat základní algoritmy, vzorce, postupy a konvence. Jsou schopni přímé dedukce a umějí doslovně interpretovat výsledky.
<b>1</b>	Na úrovni 1 žáci umějí odpovědět na otázky ze známého kontextu, pokud otázky obsahují všechny relevantní údaje a jsou jednoznačně definovány. Jsou schopni najít informace a provést rutinní postupy podle přesných instrukcí v explicitních situacích. Dovedou realizovat činnosti, které jsou nasnadě a přímo plynou ze zadání.

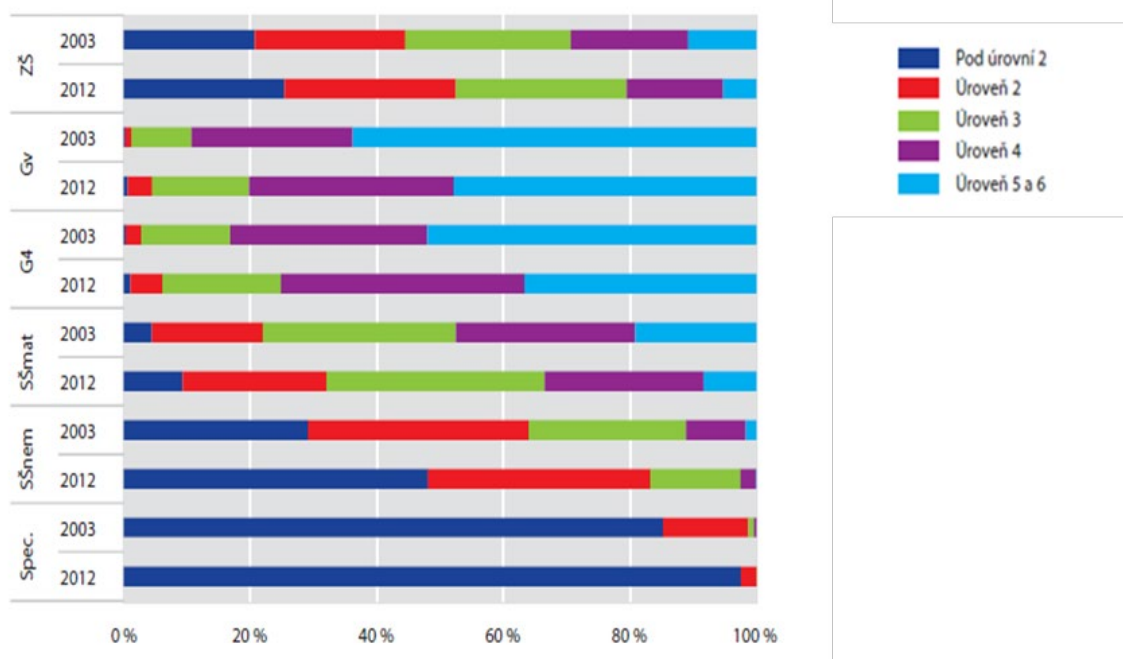
Tabulka 3 Úrovně způsobilosti

V následujících grafech je vidět, jak se v jednotlivých cyklech PISA proměňovalo během devíti let zastoupení českých žáků na různých úrovních způsobilosti. Zhoršení českých žáků od roku 2003 do roku 2012 je doprovázeno statisticky významným nárůstem zastoupení žáků pod druhou úrovní způsobilosti o 4,4 %. Za devět let tedy v České republice vzrostlo množství patnáctiletých žáků, kteří pravděpodobně budou mít v důsledku nezvládnutých matematických dovedností problémy při uplatnění v dalším životě. Pod druhou úrovní způsobilosti se v roce 2012 nacházelo 19 % chlapců a 23 % dívek (v roce 2003 to bylo 15 % chlapců a 18 % dívek). Od roku 2003 se současně statisticky významně snížil podíl nejlepších žáků na páté a šesté

úrovni o 5,4 %. Na těchto nejvyšších úrovních způsobilosti se tak v roce 2012 nacházelo přes 14 % chlapců a 11 % dívek (v roce 2003 to bylo 22 % chlapců a 15 % dívek).



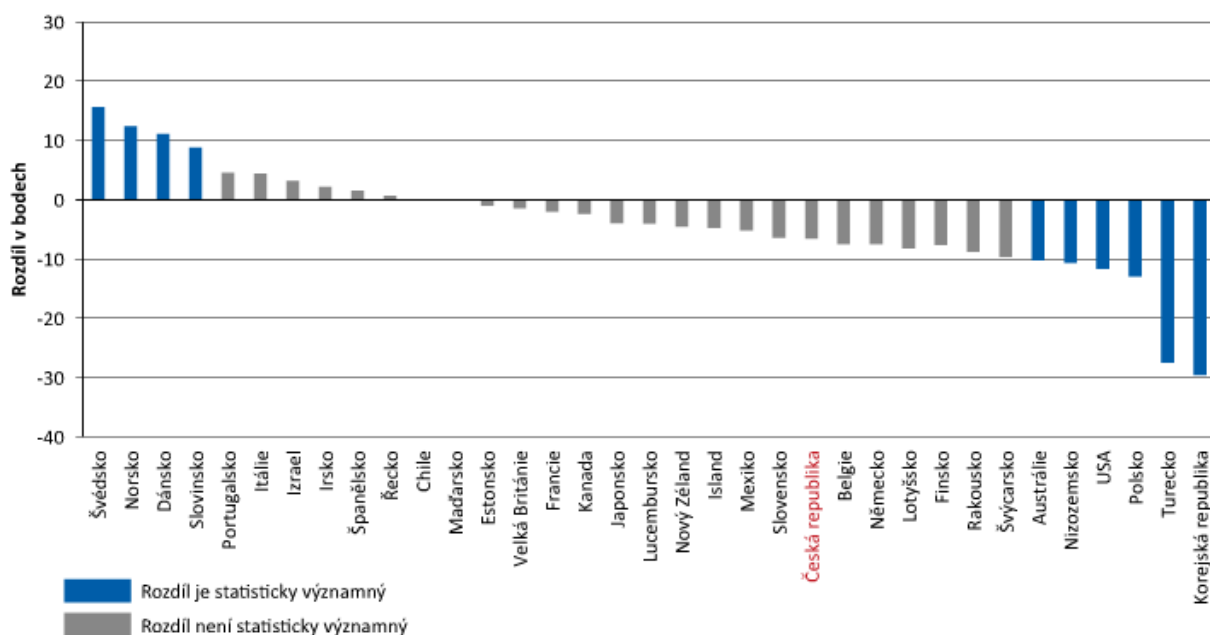
Graf 2 Zastoupení českých žáků na úrovni způsobilosti mezi roky 2003 a 2012 – PISA 2012



Graf 3 Zastoupení žáků různých druhů škol na úrovni způsobilosti mezi roky 2003 a 2012 – PISA 2012

Počátkem prosince 2016 Česká školní inspekce (ČŠI) zveřejnila zprávu ze šetření PISA 2015, kde bylo hlavní šetření věnováno přírodovědné gramotnosti. Pro porovnání s rokem 2012 uvedeme některá zveřejněná zjištění z oblasti matematické gramotnosti. V této oblasti se mezi hlavními šetřeními v roce 2003 a 2012 průměrný výsledek českých žáků statisticky významně zhoršil – o 17 bodů. Mezi roky 2012 a 2015 se výsledek dále mírně zhoršil, o 7 bodů, ale už statisticky nevýznamně. Česká republika zůstala stejně jako v roce 2012 na úrovni průměru zemí OECD. Největšího zlepšení dosáhli švédští žáci.





Graf 4 Změny ve výsledcích v matematické gramotnosti v zemích OECD mezi roky 2012 a 2015

V tabulce 4 je vidět, že v oblasti matematické gramotnosti došlo v České republice ke zhoršení výsledků oproti roku 2012 v průměru u všech druhů škol mimo škol speciálních. Zhoršení je přítom u všech druhů uvedených škol zhruba stejné.

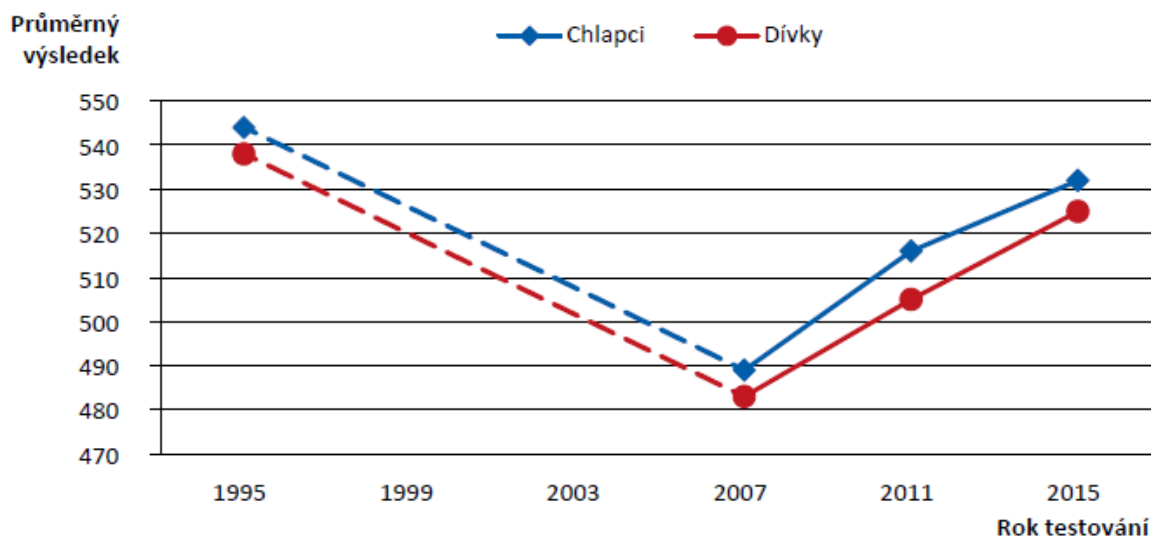
Matematická gramotnost	Průměrný výsledek				
	2003	2006	2009	2012	2015
Základní školy	495	482	460	476	469
Víceletá gymnázia	631	635	614	602	594
Čtyřletá gymnázia	610	614	583	585	574
SOŠ s maturitou	541	542	515	514	505
SOU bez maturity	458	440	438	425	418
Speciální školy <sup>a</sup>	369	363	372	310	341
<b>Česká republika</b>	<b>516</b>	<b>510</b>	<b>493</b>	<b>499</b>	<b>492</b>

Tabulka 4 Výsledky žáků v různých druzích škol v ČR – PISA 2003 až 2015

Mezinárodní projekt **TIMSS** zjišťuje úroveň vědomostí a dovedností žáků v matematice a v přírodních vědách u žáků 4. a 8. ročníků povinné školní docházky od roku 1995. V roce 2003 se Česká republika testování nezúčastnila, v roce 2011 se šetření TIMSS nezúčastnili žáci 8. ročníků.

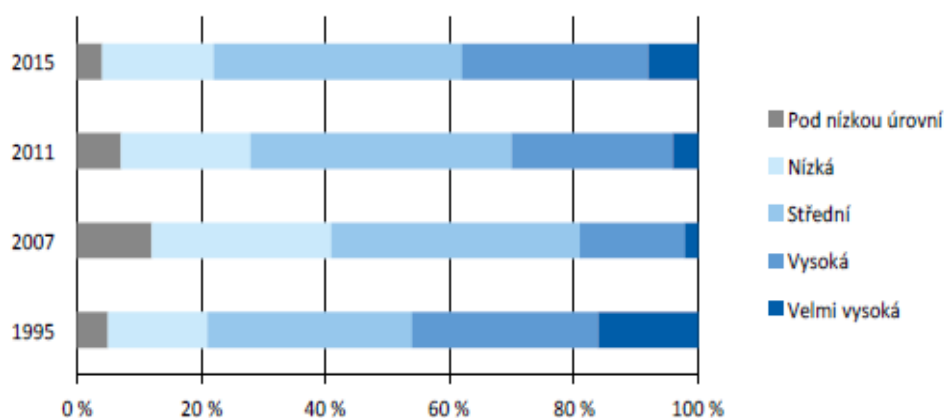
Čeští žáci se od roku 1995 do roku 2007 zhoršili v matematice nejvíce ze všech zemí, které se zúčastnily obou šetření. Od roku 2007 se průměrný výsledek českých žáků statisticky

významně zlepšil v obou cyklech projektu TIMSS. Podle TIMSS 2015 (šetření se zúčastnili opět jen žáci 4. ročníků) přesto zůstáváme zemí s druhým největším propadem v průměrném výsledku od roku 1995. Naopak nejvíce se za stejné období zlepšili žáci Portugalska.



Graf 5 Porovnání výsledků českých chlapců a dívek za posledních 20 let – TIMSS

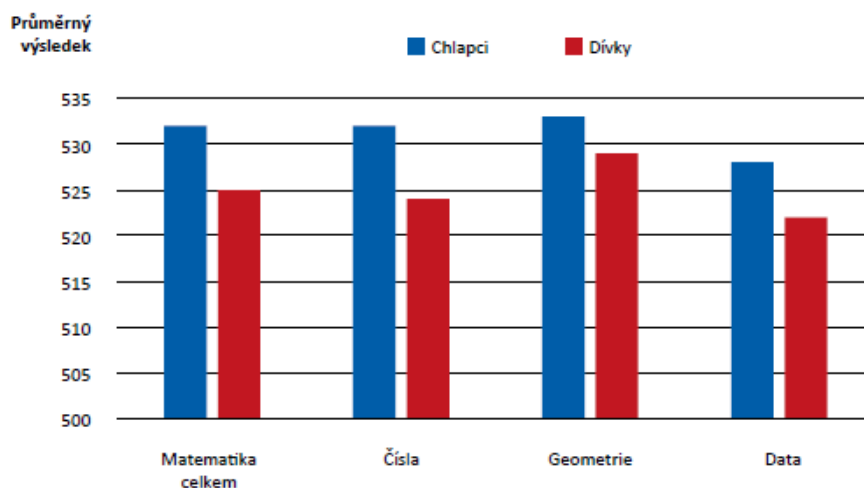
Od roku 2007 se výsledek českých žáků v matematice zlepšoval, přesto byl v roce 2015 horší než výsledek v roce 1995. Za posledních osm let se čeští žáci zlepšili v matematice ve všech obsahových i dovednostních okruzích nejvíce z 18 zemí zapojených do šetření TIMSS 2007 i TIMSS 2015.<sup>6</sup>



Graf 6 Porovnání zastoupení českých žáků ve vědomostních úrovních za 20 let – TIMSS

V matematice si čeští žáci vedli relativně lépe v geometrii a prokázali lepší dovednosti při řešení úloh na uvažování, relativně hůře si vedli v prokazování znalostí.

<sup>6</sup> Tomášek, V., Basl, J., Janoušková, S. *Mezinárodní šetření TIMSS 2015, národní zpráva*. Praha: ČŠI, 2016.



Graf 7 Průměrné výsledky českých dívek a chlapců podle tematických okruhů – TIMSS 2015

Země	Průměrný výsledek země v dovednostním okruhu								
	Prokazování znalostí			Používání znalostí			Uvažování		
	2015	2011	2007	2015	2011	2007	2015	2011	2007
Česká republika	519 ▲	502 ▲	472	528 ▲	512 ▲	493	544 ▲	523 ▲	491
Japonsko	601 ▲	590 ▲	567	589 ▲	579 ▲	570	595 ▲	592 ▲	569
Rusko	556 ▲	541	539	566 ▲	539	549	570 ▲	548	544
Maďarsko	532 ▲	519	511	526 ▲	513	506	529 ▲	514	510
Norsko (4)	479 ▲	487 ▲	459	495 ▲	499 ▲	475	506 ▲	501 ▲	486
Singapur	631	629	625	619 ▲	602	597	603 ▲	588	584
Slovinsko	517 ▲	510 ▲	498	521 ▲	514 ▲	502	524 ▲	516 ▲	504
Dánsko	536 ▲	531 ▲	514	538 ▲	539 ▲	527	548 ▲	543 ▲	525
Švédsko	501 ▲	489	483	521 ▲	507	506	542 ▲	520	519
USA	547	556 ▲	541	537 ▲	539 ▲	524	531	525	525
Litva	534 ▲	525	520	538	540	540	536	536 ▲	529
Anglie	554	552	546	545	542	542	540	531	539
Slovensko	491	506 ▲	491	497	505	496	515 ▲	511 ▲	499
Austrálie	509	516	511	521	519	522	523	513	516
Itálie	511	510	512	504	506	499	503	505	511
Nový Zéland	476 ▼	476	484	497	490	493	504	490 ▼	502
Německo	524 ▲	524 ▲	515	515 ▼	528	530	535	532	530
Nizozemsko	521 ▼	537 ▲	528	531 ▼	540	540	543	543	537

Země jsou řazeny sestupně podle rozdílu v celkovém výsledku z matematiky v letech 2007 a 2015.

Průměrný výsledek země v daném dovednostním okruhu je statisticky významně

▲ lepší než její výsledek v roce 2007

▼ horší než její výsledek v roce 2007

Tabulka 5 Porovnání výsledků zemí podle okruhu dovedností v letech 2015, 2011, 2007 – TIMSS

Na základě požadavku MŠMT a v souladu se schváleným *Záměrem rozvoje čtenářské a matematické gramotnosti v základním vzdělávání* byla v prosinci 2012 v NÚV vypracována analýza *Porovnání očekávaných výstupů vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace RVP ZV a Standardů RVP ZV s úrovní nastavenou pro žáky daného věku v mezinárodních šetřeních*

*TIMSS a PISA.*<sup>7</sup> Analýza vycházela z platných vzdělávacích dokumentů ČR a dostupných koncepčních materiálů obou mezinárodních šetření. Zásadní zjištění pro 1. a 2. stupeň ZŠ: Některé obsahy z mezinárodního výzkumu TIMSS a PISA nebyly v očekávaných výstupech RVP ZV nalezeny.

**Při revizi RVP na všech stupních vzdělávání a typech škol je nutné diskutovat následující souhrn všech nalezených nezařazených obsahů dle TIMSS – 4. ročník:**

- Určení násobků a dělitelů čísla, jednoduché úlohy na úměrnost.
- Zlomky se jmenovatelem 6, 8, 12, 100; rozpoznání jednoduchých ekvivalentních zlomků; sčítání a odčítání desetinných čísel.
- Odhadování délek; porovnávání úhlů podle jejich velikosti; používání neformálních soustav souřadnic k určení polohy bodu v rovině; narysování daného úhlu; otočení.
- Chápání vztahů mezi tělesy a jejich zobrazení v rovině; počítání obsahů a objemů pokrýváním daným obrazcem nebo vyplňováním krychlemi.

**Při revizi RVP na všech stupních vzdělávání a typech škol je nutné diskutovat následující souhrn všech nalezených nezařazených obsahů dle TIMSS – 8. ročník a PISA:**

- Rovnice, funkce a vzorce – nerovnice.
- Interpretace dat – medián, rozsah souboru a tvar rozložení.
- Poloha a změna polohy – zobrazení bodu v kartézské soustavě souřadnic v rovině, řešení úloh s touto tematikou; posunutí a otočení.
- Řady a posloupnosti – zobecnění pravidla, podle kterého je posloupnost vytvořena, nalezení vztahu mezi sousedními členy nebo mezi členem posloupnosti a jeho pořadovým číslem, a to slovně, pomocí čísel nebo algebraických výrazů.
- Pravděpodobnost – posouzení pravděpodobnosti výskytu jistého, více, stejně či méně pravděpodobného nebo nemožného jevu; využívání dat k předpovídání pravděpodobnosti budoucích výsledků; využívání pravděpodobnosti určitého výsledku k řešení úloh a určování pravděpodobnosti možných výsledků; navrhování tvorby dat s vědomím náhodnosti.

<sup>7</sup> Fuchs, E., Lišková, H., Zelendová, E. *Porovnání očekávaných výstupů vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace RVP ZV a Standardů ZV s úrovní nastavenou pro žáky daného věku v mezinárodních šetřeních TIMSS a PISA.* Praha: NÚV, 2012.

### 1.1.2 Porovnání očekávaných výstupů vzdělávacího oboru Matematiky a její aplikace v RVP ZV s vybraným vzorkem zahraničních kurikulárních dokumentů

Na základě požadavku MŠMT bylo v lednu 2013 v NÚV provedeno porovnání kurikulárních dokumentů osmi vybraných zemí s očekávanými výstupy RVP ZV. V souladu se schváleným *Záměrem rozvoje čtenářské a matematické gramotnosti v základním vzdělávání* měla analýza odpovědět na otázku, zda náročnost cílů stanovených v českých kurikulárních dokumentech odpovídá tomu, jaké nároky na žáky klade šetření PISA a zahraniční praxe.<sup>8</sup>

Kritériem pro výběr zemí bylo jejich umístění v matematické části mezinárodního výzkumu PISA 2009. Výběr zemí byl ovlivněn i dostupností kurikulárních dokumentů a informací o jednotlivých vzdělávacích systémech. Vzhledem k tomu, že data z jednotlivých zemí měla být porovnávána s očekávanými výstupy RVP ZV, byly v zahraničních kurikulárních dokumentech sledovány ty části, které lze považovat za jejich analogie a které odpovídají věku patnácti let.

Protože v zahraničních kurikulárních dokumentech často nelze striktně odlišit výstupy od standardů, bylo zapotřebí získané informace vnímat v kontextu daného vzdělávacího systému. Analyzováno bylo celkem 8 zahraničních kurikulárních dokumentů (země s lepšími výsledky (dále označeno L) podle pořadí úspěšnosti: Finsko, Kanada/Ontario, Německo/Sasko, Polsko, Švédsko; země s horšími výsledky (dále označeno H): Velká Británie / Anglie a Skotsko, Irsko). Zásadní náměty pro úpravy RVP ZV byly rozděleny podle tematických okruhů výzkumu PISA.<sup>9</sup>

**Při revizi RVP na všech stupních vzdělávání a typech škol je proto podstatné zohlednit následující náměty pro úpravy:**

**Kvantita** (číselné vztahy a kvantitativní vztahy)

- Ve všech zkoumaných kurikulárních dokumentech je zachyceno **porozumění různým reprezentacím čísel, ekvivalentním formám čísel a jejich používání k popisu vlastností světa**. Na rozdíl od RVP ZV, kde se provádějí početní operace pouze v oboru racionálních čísel a ve výpočtech se užívá jen druhá mocnina

<sup>8</sup> *Záměr rozvoje čtenářské a matematické gramotnosti v základním vzdělávání*. Praha: MŠMT, 2012. Dostupné na <http://www.msmt.cz/file/24438>.

<sup>9</sup> Fuchs, E., Lišková, H., Zelendová, E. *Porovnání očekávaných výstupů RVP ZV a standardů vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace s vybranými zahraničními kurikuly z pohledu mezinárodního výzkumu PISA*. Praha: NÚV, 2013.

a odmocnina, v dokumentech Finska, Polska (L) a Irska (H) jsou uváděna čísla iracionální, případně reálná, a početní operace s mocninou s celočíselným exponentem a druhou a třetí odmocninou. Finsko (L) se v kurikulu zabývá i exponenciálními výrazy a jejich krácením.

- Všechna kurikula zahrnují **Počítání z paměti; Odhadování**. V dokumentech Švédska (L) se na rozdíl od RVP ZV uvádějí i odhady procent a úměr z paměti. V dokumentech Anglie (H) a Irska (H) nebyl pro tuto část nalezen žádný odpovídající výstup.
- Všechna kurikula se zabývají **používáním čísel k měření velikostí**. V dokumentech Finska (L) a Švédska (L) jsou uvedeny také časové výpočty a časové intervaly. V kurikulu Polska (L) je navíc výpočet objemu a povrchu koule.
- Ve všech kurikulech jsou popsány **operace, které obsahují porovnávání, poměry a procenta**. V dokumentech Finska (L) a Irska (H) se oproti RVP ZV uvádí trigonometrie pravoúhlého trojúhelníku.

#### Prostor a tvar (prostorové a geometrické jevy a vlastnosti objektů)

- Ve zpracování části **Rozeznávání tvarů a struktur; Vzájemná poloha** se všechna kurikula v podstatě shodují. Pouze v dokumentech Irska (H) je uveden přehled většiny základních geometrických tvrzení a některých geometrických axiomů, které se vztahují k této části.
- V RVP ZV a v dokumentech Kanady (L) a Švédska (L) není zaveden **souřadnicový systém**. V dokumentech ostatních zemí je souřadnicový systém nejen zaveden, ale slouží i k popisu některých vlastností přímek. V dokumentu Skotska (H) lze nalézt dokonce popis transformace při posunutí bodu nebo obrazce. V dokumentech Švédska (L) nebyl nalezen žádný odpovídající výstup pro část **Popis, kódování a dekodování vizuální informace**.
- **Podobnosti a odlišnosti** jsou v kurikulárních dokumentech všech států stejně jako v RVP ZV reprezentovány osovou a středovou souměrností a podobností trojúhelníků. Pouze v dokumentech Finska (L) a Skotska (H) nalezneme i rotaci a posunutí. V dokumentech Polska (L) je uvedena podobnost mnohoúhelníků. V dokumentech Irska (H) je podobnost pravoúhlých trojúhelníků využita k zavedení některých goniometrických funkcí.

V dokumentech Finska (L), Kanady (L), Švédska (L) a Anglie (H) nebyl nalezen žádný odpovídající výstup pro část **Orientace v prostoru; Dvojměrná a trojměrná zobrazení a vztahy mezi nimi.**

Změny a vztahy (matematické vyjádření změn, vztahy mezi proměnnými, funkcemi a rovnicemi)

- V části **Změna a vztahy** je výrazný rozpor mezi obsahem analyzovaných kurikulárních dokumentů a specifickými očekáváními výzkumu PISA. Mezi nimi je např. uvedeno **chápaní základních rozdílů mezi lineárními a exponenciálními procesy, pojem logaritmického růstu.** V žádném z analyzovaných kurikulárních dokumentů ani v RVP ZV se však tyto pojmy nevyskytují.
- Dokumenty Finska (L), Kanady (L), Anglie (H) a Skotska (H) věnují problematice **rozlišování diskrétních a spojitých situací** výrazně větší pozornost než RVP ZV. Nejen, že v RVP ZV není uveden pojem posloupnost, ale není zde věnována systematická pozornost rozlišení diskrétních a spojitých procesů.
- Fakt, že **vztahy lze vyjádřit nejrůznějšími způsoby,** lze nalézt ve všech zkoumaných dokumentech, včetně **převodů mezi těmito reprezentacemi.** V dokumentech Finska (L), Polska (L) a Skotska (H) je věnována pozornost i různým vlastnostem funkcí a jejich grafů. V RVP ZV není pojem funkce uveden, vyskytují se zde pouze pojmy přímá a nepřímá úměrnost a funkční závislost.
- Ve většině kurikulárních dokumentů jsou studovány pouze **procesy, které lze popsat nebo modelovat lineární funkcí.** Irsko (H) uvádí navíc v kurikulu kvadratické závislosti a Finsko (L) se zabývá řešením neúplných kvadratických rovnic.
- V části **Aplikace těchto technik na vnější svět; Řízení měnicího se světa ke svému prospěchu** jsou v dokumentech Polska (L), Skotska (H) a Irsko (H) podrobně uvedeny typické oblasti finanční gramotnosti. V RVP ZV nejsou tyto konkrétní oblasti zmíněny. V dokumentech Finska (L), Kanady (L), Německa (L) a Anglie (H) nebyl pro tuto část nalezen žádný odpovídající výstup.  
V dokumentech Kanady (L), Švédska (L) a Anglie (H) nebyl nalezen žádný odpovídající výstup pro část **Rozeznávat jednotlivé typy změn při jejich výskytu; Rozumět hlavním typům změn.**

### Neurčitost (pravděpodobnostní jevy a statistika)

- V dokumentech analyzovaných zemí nebyl s výjimkou Německa (L) nalezen odpovídající výstup pro část **Vědomí o všudypřítomnosti náhodnosti v procesech; Navrhování tvorby dat s vědomím náhodnosti, Vysvětlování náhodnosti.**
- Sběr dat je řešen ve většině kurikul stejně jako v RVP ZV. Pouze v dokumentech Irska (H) je zdůrazněno **posouzení, zda mají data pro daný účel vypovídající hodnotu.** V dokumentech Finska (L) a Švédska (L) nebyl nalezen žádný odpovídající výstup pro část **Potřeba dat o procesech; Vytváření dat.**
- **Používání číselných popisných charakteristik, jako je modus a medián,** je obsaženo ve všech kurikulech s výjimkou Švédska (L) a RVP ZV. Pouze v RVP ZV nebyl nalezen odpovídající výstup pro část **Pravděpodobnost; Kvantifikace náhodnosti.**

Velmi zajímavé a rozsáhlé srovnání na evropské úrovni přináší publikace *Matematické vzdělávání v Evropě: společná úskalí a politiky jednotlivých zemí*<sup>10</sup>, kterou vydala Eurydice.<sup>11</sup> Znepokojení nad slabými výkony studentů, jež odhalila mezinárodní šetření, vedlo v roce 2009 k přijetí celoevropského referenčního cíle pro základní dovednosti, který stanoví, že v roce 2020 by podíl 15letých žáků, kteří mají problémy se čtením, matematikou a přírodními vědami, měl být nižší než 5 %. Aby bylo tohoto cíle do roku 2020 dosaženo, je třeba vymezit překážky a problémové oblasti a stanovit efektivní postupy. Publikace je srovnávací analýzou přístupů k výuce matematiky v Evropě.

Ve zprávě se mimo jiné uvádí, že trvalým cílem reformy vzdělávacího systému je zvyšování úrovně vzdělávání a v důsledku toho i zlepšování výsledků žáků. Ve všech evropských zemích byl v uplynulém desetiletí vzdělávací program matematiky revidován a v naprosté většině zemí byly od roku 2007 zavedeny významné aktualizace. **Jedním z hlavních důvodů aktualizací z nedávné doby bylo začlenit do vzdělávacích programů přístup založený na výsledcích**

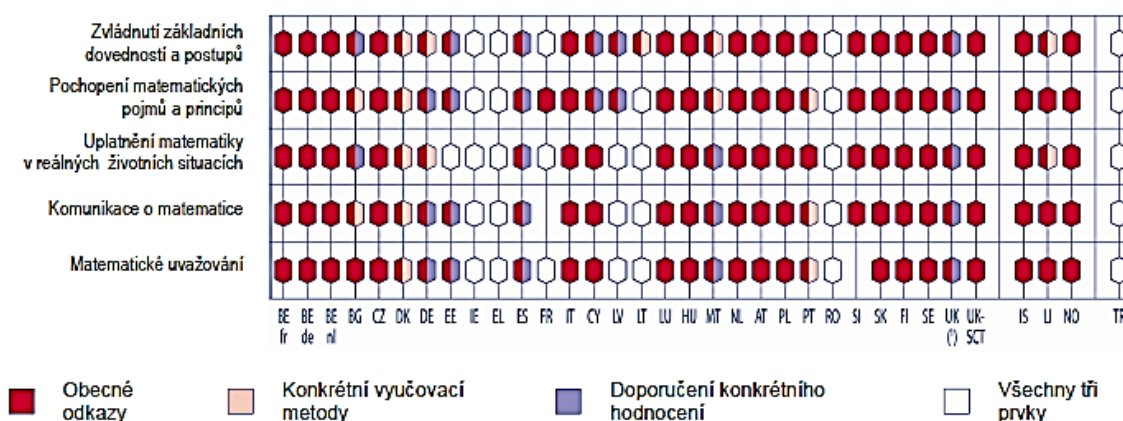
<sup>10</sup> *Matematické vzdělávání v Evropě: společné úskalí a politiky jednotlivých zemí.* Praha: Dům zahraničních služeb, 2012.

<sup>11</sup> Síť Eurydice poskytuje informace o evropských vzdělávacích systémech a o vzdělávací politice a zpracovává jejich analýzu. Od roku 2011 síť tvoří 37 národních oddělení se sídlem ve všech 33 zemích, které se účastní Programu celoživotního učení EU (členské země EU, země ESVO, Chorvatsko a Turecko). Činnost sítě koordinuje a řídí Výkonná agentura pro vzdělávání, kulturu a audiovizuální oblast v Bruselu.



**učení definovaných v širším smyslu jako znalosti a dovednosti potřebné k přípravě mladého člověka za účelem dosažení osobní spokojenosti a úspěchu ve společenském a pracovním životě.** V Evropském rámci kvalifikací (European qualifications framework, EQF) jsou výsledky učení definovány jako vyjádření toho, co student zná, čemu rozumí a co je schopen dělat po dokončení vzdělávacího procesu; jsou popsány z hlediska znalostí, dovedností a kompetencí.

Jednotlivé země začleňují tyto požadavky do svých vzdělávacích programů nebo jiných řídicích dokumentů pro matematiku proto, aby žáci získali základní matematické dovednosti a kompetence. Následující obrázek přináší informace o pěti klíčových oblastech matematických dovedností, přičemž rozlišuje mezi obecnými odkazy na konkrétní dovednosti v závazných dokumentech a konkrétnějšími odkazy na dovednosti ve vztahu k vyučovacím metodám nebo postupům hodnocení.



Obrázek 1 Dovednosti a kompetence ve vzdělávacím programu a/nebo v jiných řídicích dokumentech pro matematiku, úroveň ISCED 1 a 2, 2010/11

**Při revizi RVP na všech stupních vzdělávání a typech škol je proto podstatné:**

- Zachytit ve stanovených očekávaných výsledcích učení utváření matematických pojmů v jednotlivých stupních vzdělávání (od propedeutiky až po jejich uplatnění v praxi).

## 1.2 Monitoring realizovaného kurikula

### 1.2.1 Výsledky pedagogického výzkumu v didaktice vzdělávacího oboru Matematika

Pokud se zaměříme na kurikulum ve smyslu kurikulárního dokumentu regulujícího cíle a obsahy školního vzdělávání na vstupu (školní vzdělávací program – ŠVP), zjistíme, že je k dispozici pouze nemnoho studií pojednávajících o tom, co utváří jeho kvalitu. Podle těchto výzkumů učitelé od kurikulárních dokumentů očekávají zejména to, aby předepisovaly povinné, případně doporučené cíle a obsahy školního vzdělávání. Ve výzkumu *Kvalitní škola*<sup>12</sup> se ukázalo, že se výpovědi respondentů o tom, **které části by měl kurikulární dokument obsahovat**, orientovaly především na **vymezení cílů vzdělávacích oborů, vymezení učiva a očekávaných výstupů a na charakteristiku pojetí vzdělávání na daném stupni nebo typu školy**. Kurikulární dokument by respondenti doplnili údaji o **rozložení hodin do ročníků včetně tzv. disponibilních hodin nebo uvedení minimální časové dotace za celý úsek vzdělávání na daném typu školy za cílem jednotnosti výuky**. Kurikulární dokument by se měl podle respondentů vyznačovat zejména realizovatelností, srozumitelností a odbornou správností.

Za oblast matematického vzdělávání je v literatuře popsáno poměrně velké množství přístupů, které se zaměřují nejen na to, jak kvalitu výuky zjišťovat, ale také na to, jak ji podporovat a rozvíjet.<sup>13</sup> V následujícím textu se zaměříme pouze na dvě studie.

Publikace *Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů* vyšla s podporou grantového projektu Pedagogické fakulty UK na jaře 2013.<sup>14</sup> Kritická místa jsou zde definována jako oblasti, v nichž žáci často a opakovaně selhávají, jinak řečeno, které nezvládnou na takové úrovni, aby se jejich matematická gramotnost produktivně rozvíjela a také aby mohla být tvořivě rozvíjena v každodenním životě. Kritická místa matematiky na základní škole jsou vymezena na základě rozhovorů s 60 učiteli základních škol a nižšího stupně gymnázií. Pro **1. stupeň ZŠ** se jedná o **zaokrouhlování, počítání s přechodem přes desítku, dělení se**

---

<sup>12</sup> *Kvalitní škola* – výzkumná aktivita projektu [KURIKULUM G](#), který byl realizován Výzkumným ústavem pedagogickým v Praze (od 1. 7. 2011 součástí Národního ústavu pro vzdělávání). Projekt KURIKULUM G probíhal v letech 2009–2011 a byl spolufinancován z [Evropského sociálního fondu](#) a státního rozpočtu České republiky.

<sup>13</sup> Janík, T., a kol. *Kvalita (ve) vzdělávání: obsahově zaměřený přístup ke zkoumání a zlepšování výuky*. Brno: Masarykova univerzita, 2013.

<sup>14</sup> Rendl, M., Vondrová, N., a kol. *Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů*. Praha: UK – Pedagogická fakulta, 2013.

**zbytkem, algoritmus písemného dělení dvojciferným dělitelem, rýsování, míry v geometrii – obsah a obvod, slovní úlohy.** Pro 2. stupeň ZŠ byla ve výše zmíněné publikaci vymezena tato kritická místa: **desetinná čísla, celá čísla, zlomky, algebraické výrazy, konstrukční úlohy, výpočty v geometrii – obsah, obvod, objem a povrch, slovní úlohy.**

Zjištění plně koresponduje s výsledky šetření, které v roce 2015 provedli doc. RNDr. E. Fuchs, CSc., a RNDr. E. Zelendová. Cílovou skupinou šetření byli učitelé matematiky základních a středních škol ze všech krajů České republiky, kteří se zúčastnili seminářů *Rozvíjíme matematickou gramotnost žáků*.<sup>15</sup> V rámci těchto seminářů uvedlo 67 učitelů z 1. stupně ZŠ jako kritická místa 21 různých pojmů. Rozložení četnosti kritických míst ilustrujeme pomocí „mraku slov“, který vznikl ze získaných dat v prostředí programu Wordle<sup>16</sup>.



Obrázek 2 Kritická místa v matematice na 1. stupni ZŠ

83 učitelů z 2. stupně ZŠ uvedlo v rámci seminářů v roce 2015 jako kritická místa 27 různých pojmů (viz následující obrázek).



Obrázek 3 Kritická místa v matematice na 2. stupni ZŠ

<sup>15</sup> Obsah seminářů zajišťoval Národní ústav pro vzdělávání, organizaci ve všech krajích České republiky zajišťoval Národní institut dalšího vzdělávání. Semináře jsou realizovány od roku 2013 do současnosti.

<sup>16</sup> Výška písma odpovídá četnosti daného pojmu ve výpovědích učitelů.

Publikace *Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů* se věnuje vzdělávání pouze na základní škole. Šetření realizovaná v rámci seminářů *Rozvíjíme matematickou gramotnost žáků* přinášejí informace i o situaci na středních školách. 242 učitelů středních škol uvedlo jako kritická místa 38 různých pojmů. Mezi nejčastěji uváděná kritická místa na střední škole patří: **algebraické výrazy, slovní úlohy, funkce a grafy, stereometrie, zlomky, rovnice všeho druhu, kombinatorika, analytická geometrie.**



Obrázek 4 Kritická místa v matematice na středních školách

Uvedená zjištění lze porovnat s výroky učitelů při šetření ČŠI ve školním roce 2015/2016.<sup>17</sup>

Za didakticky nejnáročnější považují	1. stupeň ZŠ	2. stupeň ZŠ	Celkem
slovní úlohy	60,4 %	67,6 %	65,8 %
prostorovou geometrii	17,0 %	13,9 %	14,9 %
přechod mezi aritmetikou a algebrou	1,9 %	10,8 %	9,6 %
rovinnou geometrii	9,4 %	4,9 %	5,5 %
práci s daty	5,7 %	1,7 %	2,2 %
aritmetiku	1,9 %	0,0 %	0,3 %
jiné	3,8 %	1,0 %	1,7 %

Tabulka 6 Didakticky nejnáročnější téma – ČŠI

Z uvedených výzkumů je zřejmé, že **většina učitelů považuje slovní úlohy za tzv. kritické místo v matematice základní i střední školy.** Příčiny tohoto stavu vidí učitelé v tom, že žáci nejsou schopni a někdy ani ochotni přečíst si zadání pečlivě a opakovaně. Proto je velmi

<sup>17</sup> Tematická zpráva *Rozvoj čtenářské, matematické a sociální gramotnosti na základních a středních školách ve školním roce 2015/2016.* Praha: ČŠI, 2016

důležité **rozvít „ruku v ruce“ gramotnost matematickou a čtenářskou**. Ze zkušeností učitelů, kteří dlouhodobě usilují o rozvoj čtenářské gramotnosti v rámci naučných předmětů, vyplývá, že v českém školním prostředí citelně chybí čtenářské vývojové kontinuum. Prvním přiblížením mohou být tzv. očekávané výstupy pro rozvoj čtenářské gramotnosti v dané vzdělávací oblasti, které jsou uvedeny ve druhé zmíněné publikaci *Metodika rozvoje čtenářství a čtenářské gramotnosti*.<sup>18</sup> Pro lepší pochopení souvislostí uvádíme očekávané výstupy pro žáka v plném znění.

Žák na 1. stupni ZŠ:

- v textu slovní úlohy vyhledá potřebné údaje k jejímu řešení
- matematizuje slovní úlohy, situace i problémy z reálného života vyjádřené textem
- ke znázornění a řešení matematické úlohy používá náčrtky, grafy, diagramy apod.
- čte s porozuměním v nelineárních zdrojích (jednoduché tabulky, grafy, diagramy atd.) a informace z nich vyhodnocuje, případně formuluje problémové otázky
- vhodně používá základní matematické pojmy a symboly k ústnímu i písemnému vyjadřování.

Žák na 2. stupni ZŠ:

- rozumí matematickým symbolům a využívá je v ústním i písemném vyjadřování
- při matematizaci textu vhodně používá matematické pojmy a symboly
- informace z nelineárních zdrojů (grafy, tabulky, diagramy apod.) převede do lineární podoby, interpretuje je, případně formuluje své závěry či hypotézy
- zvolí vhodný způsob vizualizace textu náčrtkem, grafem, tabulkou.

Očekávané výstupy pro rozvoj čtenářské gramotnosti v matematice na střední škole byly v rámci projektu Matematika v médiích stanoveny analogicky<sup>19</sup>.

Žák na střední škole:

- interpretuje informace z lineárních i nelineárních zdrojů (grafy, tabulky, diagramy...), formuluje své závěry či hypotézy
- zvolí vhodný způsob vizualizace textu náčrtkem, grafem, tabulkou, pracuje s digitálními technologiemi
- vhodně používá při matematizaci reálné situace matematické pojmy a symboly
- je schopen postupovat podle daných pokynů, algoritmů (písemných či obrazových) při řešení složitějších problémů.

---

<sup>18</sup> Šlapal, M., Košťálová, H., Hausenblas, O. *Metodika rozvoje čtenářství a čtenářské gramotnosti*. Nový Jičín: KVIC, 2012.

<sup>19</sup> Fuchs, E., Lišková, H., Zelendová, E. (Eds.) *Matematika v médiích. Využití slovních úloh při kooperativní výuce na základních a středních školách*. Praha, Jednota českých matematiků a fyziků, 2015.

**Při revizích obsahu kurikula je vzhledem k výše uvedeným poznatkům mimo jiné potřeba:**

- Zachytit utváření „kritických“ pojmů v jednotlivých stupních vzdělávání od jejich propedeutiky až po jejich uplatnění v praxi.
- Cíleně rozvíjet čtenářskou a matematickou gramotnost. Předkládat žákům v hodinách matematiky kromě tzv. „učebnicového textu“ i velmi rozmanité texty (např. texty z popularizačních médií různé úrovně spolehlivosti, texty šířené prostřednictvím internetu včetně textů multimediálních, nelineární texty, jako jsou grafy, diagramy, tabulky, modely, matematické zápisy, obrázky, náčrtky, fotografie).

### 1.2.2 Soulad školních vzdělávacích programů s RVP

Na základě požadavku MŠMT byly v únoru 2011 zveřejněny *Doporučené učební osnovy předmětů Český jazyk a literatura, Anglický jazyk a Matematika pro základní školu*.<sup>20</sup> Autoři dokumentu (garanti vzdělávacích oborů NÚV a učitelé z praxe) vycházeli z analýzy řady školních vzdělávacích programů na různých typech základních škol. Další příležitostí pro porovnávání ŠVP v rámci plnění *Plánu hlavních úkolů NÚV* bylo např. řešení otázek začleňování metody CLIL do výuky, vzdělávání nadaných na různých typech škol nebo společné vzdělávání v roce 2016. Při zmíněných analýzách byla zřejmá **provázanost předepsaného kurikula** (RVP pro dané typy školy), **realizovaného kurikula** (ŠVP s rozpracováním toho, co by učitel měl skutečně realizovat ve třídě) a **podpůrného kurikula** (časové dotace, zaměstnanci školy, vzdělávání učitelů, vybavení školy, učebnice).<sup>21</sup> Jen velmi zřídka se v ŠVP objevuje i **hodnotící kurikulum** (soubor testů, zkoušek a dalších nástrojů měření).

Podnětem pro analýzu školních vzdělávacích programů byly také informace od účastníků seminářů realizovaných E. Fuchsem a E. Zelendovou v letech 2013–2016. Učitelé poukazovali např. na rozšířený nešvar středních škol: **ignorance změn závazného kurikula na základní škole**. Řada středních škol ve svém ŠVP požaduje učivo, které bylo před zavedením RVP ZV

<sup>20</sup> *Doporučené učební osnovy předmětů Český jazyk a literatura, Anglický jazyk a Matematika pro základní školu*. Praha: MŠMT, 2011. Dostupné na <http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2011/03/Doporucene-ucebni-osnovy-predmetu-CJL-AJ-a-M-pro-zakladni-skolu.pdf>.

<sup>21</sup> Walterová, E. *Kurikulum – Proměny a trendy v mezinárodní perspektivě*. Brno: Masarykova univerzita, 1994.

v osnovách uvedeno, v současném kurikulárním dokumentu však uvedeno není (příkladem může být provázanost ŠVP základních škol Strakonice a ŠVP Gymnázia Strakonice). Mezi požadavky, které navyšují závazný obsah podle RVP ZV, většinou patří: úpravy lomených výrazů, řešení nerovnic, znalost goniometrických funkcí v pravoúhlém trojúhelníku a řešení kvadratických rovnic.

Zjišťováním a hodnocením naplnění školního vzdělávacího programu a jeho soulad s právními předpisy a rámcovým vzdělávacím programem se zabývá Česká školní inspekce. Na stránkách ČŠI jsou přístupné inspekční zprávy konkrétních škol.

**Při revizi RVP na všech stupních vzdělávání a typech škol je proto podstatné:**

- **Chápat vliv učebnic** (významný nástroj podpůrného kurikula) při stanovení obsahu předmětu Matematika a jeho aplikace v jednotlivých uzlových bodech vzdělávání.
- Ve spolupráci s didaktiky oboru velmi pečlivě **zvážit obsah kurikula na konci devátého ročníku a návaznost kurikula na středních školách**. Toto rozdělení důsledně vyžadovat jako závazné, zvláště při následné inspekční činnosti.

## 1.3 Monitoring dosahovaných výsledků učení ve vztahu k požadavkům RVP

### 1.3.1 Výsledky testování žáků realizovaných ČŠI

Na jaře roku 2012 uskutečnila ČŠI první celoplošnou generální zkoušku ověřování výsledků žáků 5. a 9. ročníků základních škol, která byla realizována v projektu NIQES.<sup>22</sup> Jejím **cílem bylo** kromě ověření funkčnosti elektronického testovacího systému při celoplošné zátěži také **poskytnout první relevantní informaci o tom, jak si stojí žáci 5. a 9. ročníků základních škol a odpovídajících ročníků dalších druhů škol v porovnání s externím vzdělávacím standardem** pro český jazyk, matematiku a anglický jazyk (5. třídy) a pro český jazyk, matematiku, anglický, francouzský nebo německý jazyk (9. třídy). Druhá celoplošná generální zkouška byla provedena v roce 2013. Obsah testů vycházel již ze Standardů pro základní vzdělávání (dále i „Standardy“) navázaných na příslušný rámcový vzdělávací program. V případě matematiky odrážely úlohy jednotlivé indikátory zastoupené ve Standardech. Testy z matematiky byly připraveny vždy na 45 minut čistého času na řešení. Níže uvedené tabulky poskytují informace o průměrné úspěšnosti žáků 5. a 9. ročníků ve druhé celoplošné zkoušce ČŠI.<sup>23</sup> Ukazují, jaké byly v jednotlivých částech testu průměrné úspěšnosti všech žáků i žáků, kteří po rozdělení pokračovali v řešení úloh základní úrovně, a žáků, kteří po rozdělení pokračovali v řešení úloh vyšší úrovně, v porovnání s výsledky v českém jazyku a angličtině.

	počet	A5	B5/B4	ALL
<b>matematika - 5. ročník</b>				
<i>všichni</i>	83 404	<b>53 %</b>		
<i>základ</i>	67 921	46 %	44 %	45 %
<i>vyšší</i>	15 483	84 %	64 %	
<b>český jazyk - 5. ročník</b>				
<i>všichni</i>	83 564	<b>70 %</b>		
<i>základ</i>	47 719	57 %	63 %	61 %
<i>vyšší</i>	35 845	87 %	82 %	
<b>anglický jazyk - 5. ročník</b>				
<i>všichni</i>	80 550	<b>79 %</b>		
<i>základ</i>	26 772	59 %	63 %	62 %
<i>vyšší</i>	53 778	89 %	65 %	

Tabulka 7 Průměrná úspěšnost žáků 5. ročníků ve druhé celoplošné zkoušce ČŠI

<sup>22</sup> NIQES je oficiální zkratkou strategického rozvojového projektu, jehož plný název zní „Národní systém inspekčního hodnocení vzdělávací soustavy v České republice“. Nositelem a realizátorem projektu je Česká školní inspekce. Poskytovatelem podpory je Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy prostřednictvím Operačního programu Vzdělávání pro konkurenceschopnost.

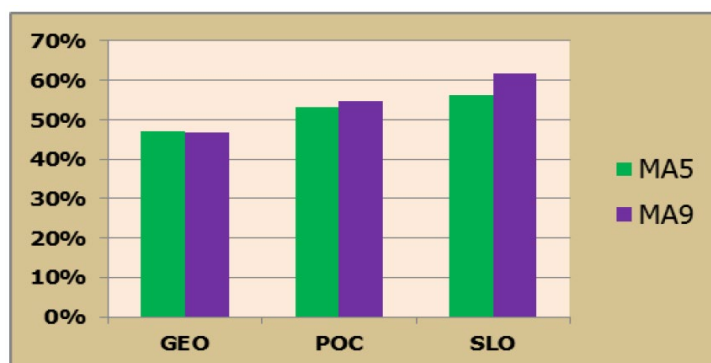
<sup>23</sup> *Závěrečná zpráva o přípravě, průběhu a výsledcích druhé celoplošné generální zkoušky ověřování výsledků žáků v počátečním vzdělávání (ve školním roce 2012/2013 pilotovaném na úrovni 5. a 9. ročníků základních škol)*. Praha: ČŠI, 2013.



	počet	A5	B5/B4	ALL
<b>matematika - 9. ročník</b>				
<i>všichni</i>	76 149	54 %		
<i>základ</i>	60 860	46 %	42 %	44 %
<i>vyšší</i>	15 289	85 %	60 %	
<b>český jazyk - 9. ročník</b>				
<i>všichni</i>	76 021	73 %		
<i>základ</i>	30 015	55 %	60 %	58 %
<i>vyšší</i>	46 006	85 %	71 %	
<b>anglický jazyk - 9. ročník</b>				
<i>všichni</i>	71 968	62 %		
<i>základ</i>	42 881	46 %	54 %	50 %
<i>vyšší</i>	29 087	86 %	80 %	

Tabulka 8 Průměrná úspěšnost žáků 9. ročníků ve druhé celoplošné zkoušce ČŠI

Pro potřeby testu byly úlohy rozděleny do tří tematických skupin – *Geometrie*, *Počítání s čísly* a *Slovní úlohy*. V matematice jak žáci 5. tříd, tak žáci 9. tříd řešili nejméně úspěšně úlohy části *Slovní úlohy*, nejméně úspěšně úlohy části *Geometrie*. Rozdíl je mírně větší u žáků 9. tříd, žáci 5. tříd řešili jednotlivé tematické skupiny úloh vyrovnaněji.

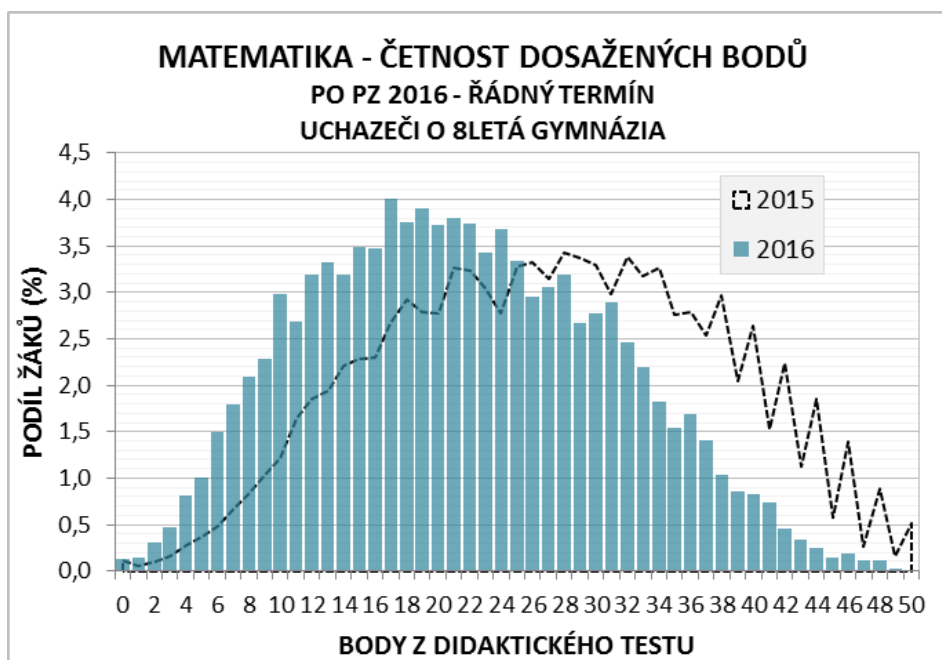


Graf 8 Úspěšnost žáků v jednotlivých oblastech matematiky

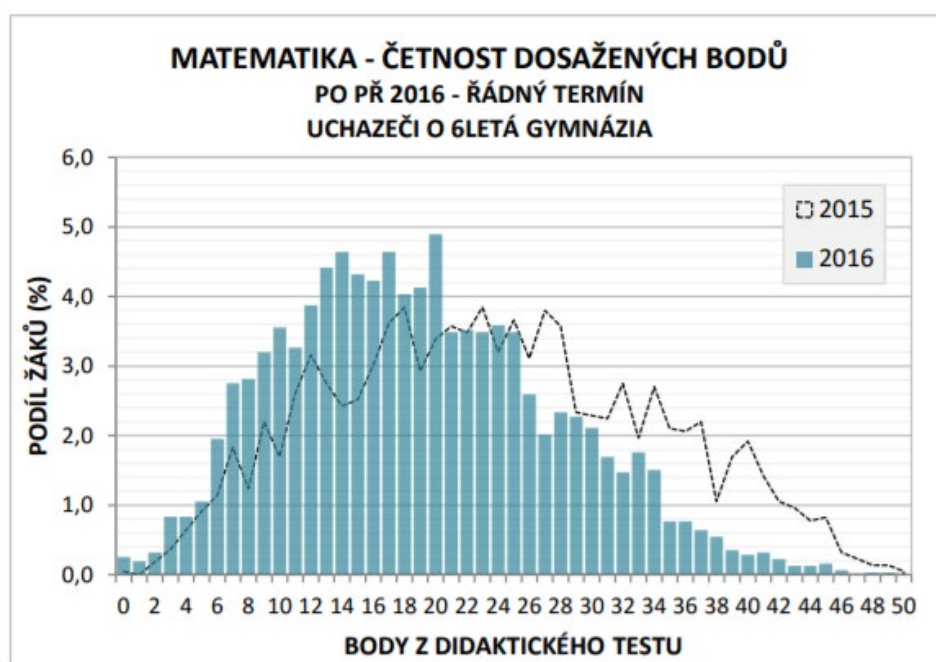
### 1.3.2 Výsledky přijímacích zkoušek do maturitních oborů SŠ

V září 2015 vyhlásilo MŠMT pokusné ověřování organizace přijímacího řízení do oborů vzdělání s maturitní zkouškou s využitím povinné přijímací zkoušky ve školním roce 2015/2016. Tento projekt navazuje na úspěšné pokusné ověřování organizace přijímacího řízení s využitím centrálně zadávaných jednotných testů, které proběhlo na jaře 2015. Obsahy didaktických testů, které byly určeny pro přijímací zkoušky, vycházely ze schválených dokumentů (RVP, Doporučené učební osnovy pro základní školu, Standardy pro základní

vzdělávání).<sup>24</sup> Následující tři grafy zachycují četnosti dosažených bodů u přijímacích zkoušek z matematiky na 8letá i 6letá gymnázia a na 4leté studijní obory.<sup>25</sup>



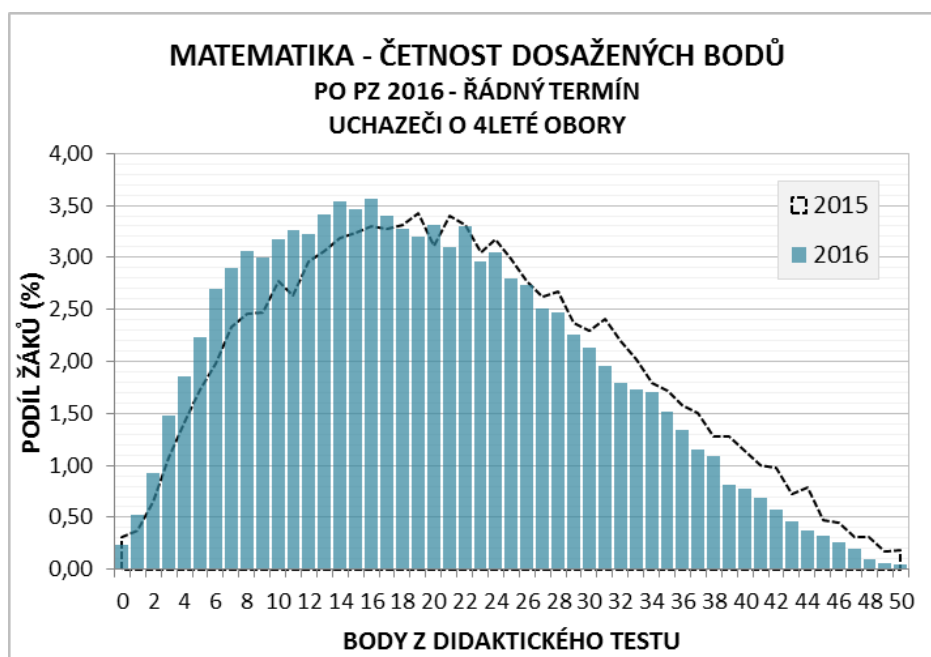
Graf 9 Četnost dosažených bodů uchazečů o 8letá gymnázia



Graf 10 Četnost dosažených bodů uchazečů o 6letá gymnázia

<sup>24</sup> Zíka, J. *Souhrnná závěrečná zpráva – Pokusné ověřování organizace přijímacího řízení do oborů vzdělání s maturitní zkouškou s využitím centrálně zadávaných jednotných testů*. Praha: Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání, 2016.

<sup>25</sup> *Pokusné ověřování organizace přijímacího řízení na střední školy, řádný a náhradní termín 2016 – Komentovaná analýza účasti a výsledků*. Praha: Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání, 2016.



Graf 11 Četnost dosažených bodů uchazečů o 4leté obory

Žáci, kteří se ucházeli o studium ve 4letých oborech s maturitou,<sup>26</sup> dosáhli v testu z matematiky průměrného skóru 39 %, tj. o téměř čtyři procentní body méně než v roce 2015. Průměrný procentní skór u testu z matematiky v následujícím grafu v detailnějším členění na oborové skupiny ukazuje, že se nad průměrem celorepublikového výsledku pohybují, vedle uchazečů o gymnázia, ještě žáci hlásící se na lycea a na technické obory SOŠ skupiny 1 (tradiční průmyslové školy). Kolem průměru se pohybují uchazeči o ekonomické obory SOŠ (obchodní akademie). Podprůměr představují žáci, kteří podali přihlášku na SOŠ zemědělské a technické skupiny 2 a na technická SOU. Ještě hlouběji pod průměrem se pohybují ostatní netechnické obory SOŠ i SOU.<sup>27</sup>

<sup>26</sup> M – Úplné střední odborné vzdělání s maturitou (bez vyučení)

Vzdělávání s profesním charakterem, které připravuje žáky pro střední odborné činnosti a nižší řídicí funkce. Absolventi získají maturitní vysvědčení a mohou pokračovat ve vysokoškolském nebo vyšším odborném vzdělávání.

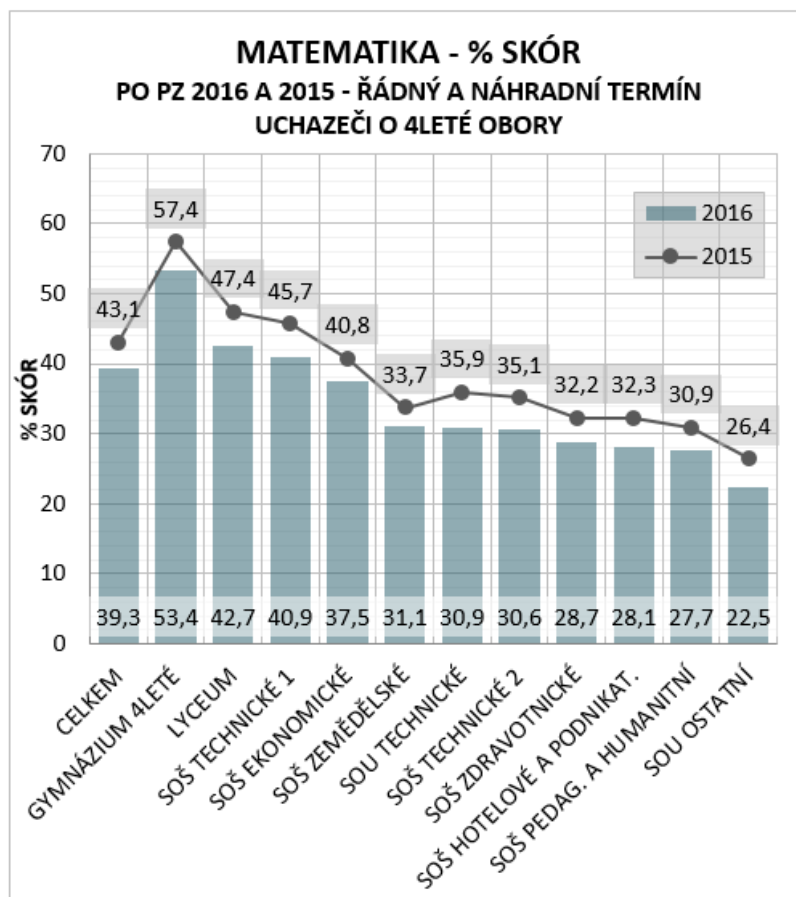
L0 – Úplné střední odborné vzdělání s odborným výcvikem a maturitou

Vzdělání s profesním charakterem, které připravuje žáky pro náročná dělnická povolání a nižší řídicí funkce. Významnou součástí studia je odborný výcvik. Absolventi získají maturitní vysvědčení a mohou pokračovat ve vysokoškolském nebo vyšším odborném vzdělávání.

K – Úplné střední všeobecné vzdělání (na gymnáziu)

Vzdělání má všeobecný neprofesní charakter. Absolventi získají maturitní vysvědčení a jsou připraveni pro vysokoškolské nebo vyšší odborné vzdělávání.

<sup>27</sup> Pozn.: Příslušnost žáka k oborové skupině, do níž se hlásí, je určena jak jeho první, tak druhou volbou oboru SŠ. Např. pokud se žák hlásí na gymnázium a zároveň na některý z oborů M, L0, K, jeho výsledek figuruje v obou oborových skupinách. Pokud se hlásí na 2 gymnázia, jeho výsledek je zahrnut pouze jednou.



Graf 52 Procentuální úspěšnost žáků u PZ 2015 a 2016

**Při revizi RVP na středních odborných školách je proto podstatné:**

- Zohlednit při stanovení očekávaných výsledků v jednotlivých oborech vzdělávání (K, L0, M) znalosti a dovednosti cílové skupiny žáků, které stanovuje RVP ZV i profesní zaměření oboru vzdělávání spolu s minimální časovou dotací vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace.
- Ve spolupráci s didaktiky oboru velmi pečlivě zvážit obsah kurikula na konci devátého ročníku a návaznost kurikula na středních školách.

### 1.3.3 Výsledky maturitních zkoušek

Od roku 2013 se Národní ústav pro vzdělávání účastní jednání Nezávislé odborné komise, kterou každoročně jmenuje MŠMT. Garant NÚV kontroluje soulad zadávaných úloh s maturitním katalogem (respektive s RVP), vyjadřuje se k formulaci úloh a k jejich obtížnosti. Několikaleté sledování úspěšnosti žáků při řešení otevřených úloh v jarním termínu státních

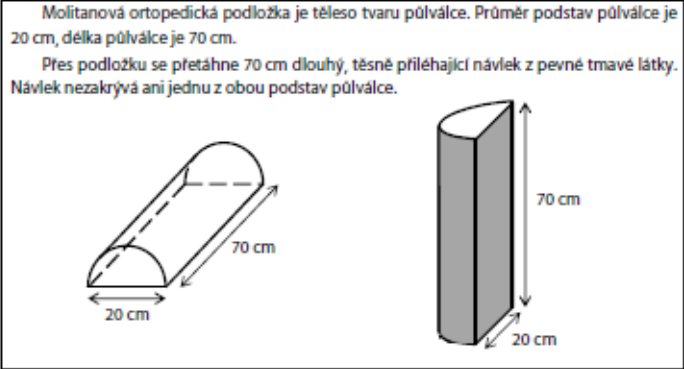
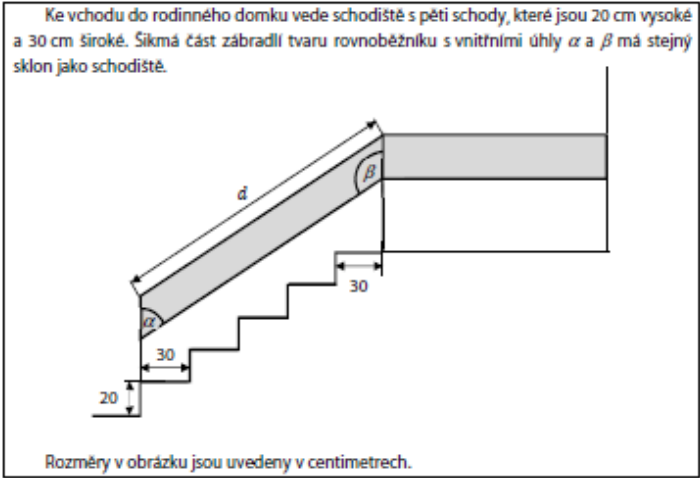
maturitních testů přináší zajímavé informace, které je možné vztáhnout k revizím RVP pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace.

V následující tabulce jsou úlohy z jarních státních maturitních zkoušek, které měly průměrnou úspěšnost menší než 35 %, rozděleny podle kritických míst ve výuce matematiky, která byla uvedena středoškolskými učiteli během seminářů *Rozvíjíme matematickou gramotnost žáků* s četností větší nebo rovno čtyřiceti.

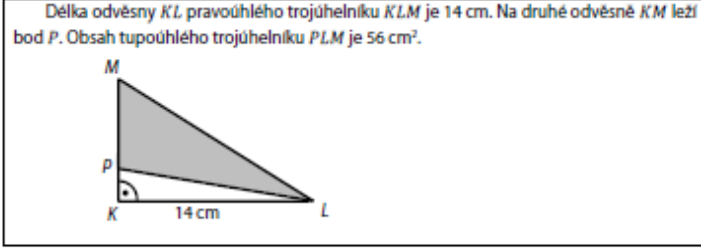
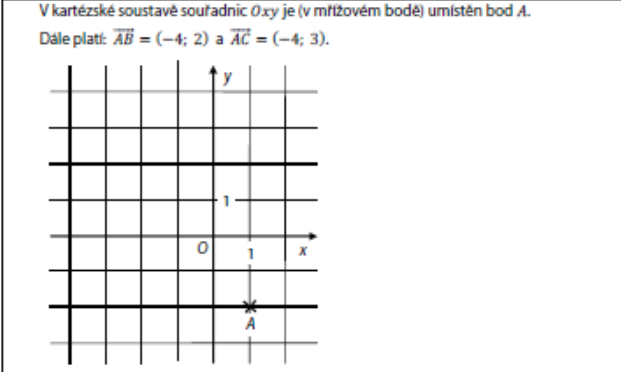
Kritické místo	Zadání úlohy	Rok	Číslo
Algebraické výrazy (četnost 109)	Vypočtete jednu třetinu z $3^{3k+3}$ , kde $k \in \mathbb{Z}$ .	2014	2
	Nádrž se plní několika stejně výkonnými čerpadly. Dvě čerpadla by prázdnou nádrž naplnila za $x$ hodin ( $x > 0$ ). Vyjádřete v hodinách, za jak dlouho by prázdnou nádrž naplnilo $n$ čerpadel ( $n \in \mathbb{N}$ ).	2016	2

Kritické místo	Zadání úlohy	Rok	Číslo
Slovní úlohy (četnost 103)	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Žákovský oddíl karate má dvakrát více chlapců než dívek. Na závody se má sestavit jedno družstvo dívek a stejné početné družstvo chlapců. Do chlapeckého družstva se nedostane 12 hochů, naopak k sestavení kompletního dívčího družstva 1 děvče chybí.</p> <p style="text-align: right;"><small>(CERMAT)</small></p> </div> <p style="text-align: right;">max. 3 body</p> <p>14 Kolik členů je v žákovském oddílu karate? V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.</p>	2013	14
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Petr dokáže udělat celou práci sám za 6 hodin. Martin dokáže udělat stejnou práci sám za 8 hodin. Ve skutečnosti pracoval nejdříve Petr a potom ho vystřídal Martin. Celou práci tak zvládli za 6,5 hodiny. (Žádný z chlapců neměnil své pracovní tempo a střídání chlapců proběhlo bez časové prodlevy.)</p> <p style="text-align: right;"><small>(CERMAT)</small></p> </div> <p style="text-align: right;">max. 3 body</p> <p>14 Vypočtete, jak dlouho pracoval Petr, než ho vystřídal Martin. V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.</p>	2014	14
	<p>Čajové směsi jsou namíchané ze dvou druhů čaje. Ve standardní čajové směsi jsou hmotnosti obou druhů čaje v poměru 1 : 3 a 40gramové balení této směsi se prodává za 42 Kč. Ve výběrové čajové směsi jsou hmotnosti obou druhů čaje v poměru 1 : 1 a 50gramové balení této směsi se prodává za 60 Kč.</p> <p><b>Vypočtete cenu 10 gramů dražšího druhu čaje.</b></p>	2015	15

Kritické místo	Zadání úlohy	Rok	Číslo
Funkce a grafy (četnost 64)	Vyjádřete v závislosti na veličinách $k$ a $n$ počet listů, které tiskárna vytiskne za 5 minut. Tiskárna vytiskne $k$ listů za $n$ sekund ( $k, n \in \mathbb{N}$ ).	2015	3

Kritické místo	Zadání úlohy	Rok	Číslo
Stereometrie (četnost 55)	<p>Molitanová ortopedická podložka je těleso tvaru půlválce. Průměr podstav půlválce je 20 cm, délka půlválce je 70 cm.</p> <p>Pres podložku se přetáhne 70 cm dlouhý, těsně přiléhající návlek z pevné tmavé látky. Návlek nezakrývá ani jednu z obou podstav půlválce.</p>  <p>15.2 Vypočítejte v cm<sup>2</sup> obsah <b>pláště</b> půlválce (tj. obsah plochy, kterou zakrývá tmavý návlek).</p>	2014	15
Zlomky (četnost 51)	<p>Pro <math>a \in \mathbb{R}</math> upravte výraz a uveďte podmínky.</p> $\frac{4a - \frac{1}{a}}{4a + 2} =$	2013	4
	<p>Pro <math>n \in \mathbb{N}</math> je dán lomený výraz:</p> $\frac{2n - \frac{1}{3}}{3 \left(1 + \frac{n}{9}\right)}$ <p>Lomený výraz rozšiřte číslem 3 a odstraňte závorky.</p>	2015	10
Goniometrické funkce a rovnice (četnost 46)	<p>Ke vchodu do rodinného domku vede schodiště s pěti schody, které jsou 20 cm vysoké a 30 cm široké. Šikmá část zábradlí tvaru rovnoběžníku s vnitřními úhly <math>\alpha</math> a <math>\beta</math> má stejný sklon jako schodiště.</p>  <p>Rozměry v obrázku jsou uvedeny v centimetrech.</p> <p>Vypočítejte s přesností na stupně velikost úhlu <math>\alpha</math></p>	2014	9.1

Kritické místo	Zadání úlohy	Rok	Číslo
Rovnice a nerovnice obecně (četnost 42)	V oboru $\mathbb{R}$ řešte: $\frac{-2}{x-2} \leq 0$	2016	6
	Určete <u>definiční obor</u> a <u>řešení</u> rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$ . $\log(2-x) = -1$	2015	6
	Pro $x \in \mathbb{R}$ určete <u>definiční obor rovnice (podmínky)</u> a rovnici vyřešte. $\log 8 - \log 2 = \frac{\log(2x-2)}{2}$	2016	15

Další úlohy s úspěšností menší než 35 %			
Číselné obory	Zaokrouhlete na desítky výsledek číselného výrazu: $10^5 \cdot (0,2\overline{5} - 0,20\overline{5}) =$	2013	2
	Vypočítejte, kolik procent je 6 milionů metrů z 15 desetitisíců metrů.	2014	13
Planimetrie	<p>Délka odvěsny <math>KL</math> pravoúhlého trojúhelníku <math>KLM</math> je 14 cm. Na druhé odvěsně <math>KM</math> leží bod <math>P</math>. Obsah tupohlého trojúhelníku <math>PLM</math> je <math>56 \text{ cm}^2</math>.</p>  <p>(CERMAT)</p> <p><b>11 Vypočítejte v cm délku strany <math>PM</math> tupohlého trojúhelníku <math>PLM</math>.</b> <span style="float: right;">1 bod</span></p>	2014	11
Analytická geometrie	<p>V kartézské soustavě souřadnic <math>Oxy</math> je (v mřížovém bodě) umístěn bod <math>A</math>. Dále platí: <math>\vec{AB} = (-4; 2)</math> a <math>\vec{AC} = (-4; 3)</math>.</p>  <p>(CERMAT)</p> <p><b>12 Určete vzdálenost bodu <math>A</math> od přímky <math>BC</math>.</b> <span style="float: right;">1 bod</span></p>	2014	12

Problematické úlohy jarních státních maturitních testů<sup>28</sup> z let 2013–2016 spadají do oblastí matematiky, které jsou učiteli označovány jako kritická místa: úpravy algebraických výrazů (zvláště úprava zlomků), vyjádření neznámé ze vzorce, slovní úlohy řešené pomocí rovnic, rovnice obecně, funkce a jejich vlastnosti, zvláště pak vlastnosti logaritmů, stereometrie, goniometrické funkce.

**Při revizích RVP je proto potřeba tato témata již v základním vzdělávání posílit formulováním odpovídajících očekávaných výsledků učení.**

Výsledky u uvedených problematických úloh jsou závislé i na čtenářské gramotnosti žáků. Proto je třeba si při stanovování průřezových dovedností žáků uvědomit zásadní roli, kterou má čtenářská gramotnost při výuce matematiky (čtení matematického textu a zjišťování úrovně jeho pochopení žákem, řešení složitějších slovních úloh). Z pohledu žáka je při matematickém čtení a s ním souvisejícím procesem uvažování většinou třeba matematický text přečíst několikrát a postupně hledat odpovědi na následující otázky.

- V čem je problém? Na jakou otázku mám odpovědět?
- Které informace budu potřebovat pro řešení problému?
- Jaké strategie řešení problému bych mohl použít?
- Která z těchto strategií je nejvhodnější pro řešení daného problému?
- Jak zapíšu daný problém pomocí symbolického jazyka matematiky?
- Jakých matematických údajů si musím všimnout při promýšlení a řešení tohoto problému?<sup>29</sup>

**Při revizích RVP je proto potřeba** při formulování očekávaných výsledků učení zajistit dostatečný prostor v hodinách (který by nebyl věnován jen výkladu nových poznatků) pro čtení matematického textu a řešení i složitějších slovních úloh, které budou čerpat náměty z reálného života a budou spjaté s oborem vzdělávání.

<sup>28</sup> Zdroj: archiv E. Zelendové.

<sup>29</sup> PLAUT, S. (Eds.) *The Right to Literacy in Secondary Schools: Creating Culture of Thinking*. New York: Teachers College Press, Columbia University, 2008.



## 1.4 Monitoring podnětů zainteresovaných aktérů

Národní ústav pro vzdělávání úzce spolupracuje jak s Jednotou českých matematiků a fyziků (dále jen JČMF), tak s vysokými školami, které vzdělávají pedagogy. NÚV se podílel (prostřednictvím garantky vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace) na přípravě většiny stěžejních konferencí a akcí, které byly v posledních deseti letech pořádány pro učitele předškolního, základního a středního vzdělávání. Proto mohl v NÚV v roce 2014 vzniknout dokument *Návrh na úpravu RVP ZV*, ve kterém byly shrnuty podněty na úpravy kurikula získané od výše uvedených aktérů vzdělávání. Na stránkách SUMA JČMF byl následně tento dokument zveřejněn.

Další sběr podnětů k úpravám obsahu RVP na všech stupních vzdělávání pokračoval v letech 2015–2016. Podstatnou vypovídající hodnotu má šetření uskutečněné v roce 2016 během tří kulatých stolů (Praha, Brno, Ostrava) a seminářů *Matematika pro život*. Tyto semináře proběhly ve všech krajích ČR (v Ústí nad Labem, Olomouci a Zlíně opakovaně). Účastníkům kulatých stolů a seminářů byly předloženy návrhy úprav RVP ZV k jejich posouzení (do připravené tabulky učitelé zapisovali, zda s návrhem souhlasí, či nikoliv, případně mohli zmínit další podněty k úpravám obsahu vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace pro ZŠ i SŠ).

Šetření se zúčastnilo **304 učitelů 2. stupně ZŠ** a **220 učitelů středních škol**. Následující přehled uvádí v procentech souhlas učitelů s navrhovanou změnou RVP ZV, která je v textu vyznačena tučně.

	Učitelé ZŠ	Učitelé SŠ
1. stupeň 1. období		
žák porovnává velikost útvarů, měří a odhaduje délku úsečky, <b>narýsuje úsečku dané velikosti</b>	89,5 %	X
1. stupeň 2. období		
žák <b>pracuje s pojmem množina a prvek množin; odpovídající učivo: množina, prvek množiny</b>	78,6 %	X
žák sčítá a odčítá graficky úsečky; určí délku <b>úsečky</b> a lomené čáry, obvod mnohoúhelníku sečtením délek jeho stran	53,6 %	X

žák rozpozná a znázorní ve čtvercové síti jednoduché osově souměrné útvary a určí osu souměrnosti útvaru překládáním papíru <b>nebo pomocí čtvercové sítě</b>	79,9 %	X
2. stupeň		
žák ve výpočtech užívá druhou <b>i třetí</b> mocninu a odmocninu	51 %	81 %
žák matematizuje jednoduché reálné situace s využitím proměnných; určí hodnotu výrazu, sčítá a násobí mnohočleny, provádí rozklad mnohočlenu na součin pomocí vzorců a vytýkáním, <b>provádí úpravy lomených výrazů</b>	69,7 %	75,5 %
žák formuluje a řeší reálnou situaci pomocí rovnic a jejich soustav, <b>vyjádří neznámou ze vzorce</b>	82,6 %	85 %
žák <b>pracuje s pojmy množina, podmnožina, sjednocení a průnik množin; odpovídající učivo: podmnožina, sjednocení a průnik množin, prázdná množina</b>	82,2 %	67,3 %
žák <b>používá základní pojmy pravděpodobnosti v jednoduchých situacích; odpovídající učivo: základní pojmy pravděpodobnosti: pravděpodobnost jevu, jev jistý, jev nemožný</b>	31,9 %	58,6 %
žák využívá poměr stran v pravoúhlém trojúhelníku pro <b>určení funkce sinus a kosinus, umí příslušné hodnoty vypočítat pomocí kalkulačtoru</b>	71,4 %	80 %
žák načrtne a sestrojí obraz jednoduchých těles v rovině <b>ve volném rovnoběžném promítání; načrtne nebo sestrojí nárys a půdorys těchto těles</b>	68,8 %	80,5 %

Na konferencích JČMF, během kulatých stolů a seminářů v letech 2015–2016 uváděli učitelé některé další požadavky na kurikulární dokumenty. Z následujícího souhrnu je patrné, že názory mohou být i protichůdné.

- Zachovat RVP, umožňují volnost při výuce.
- Obnovit osnovy, ve kterých bylo učivo rozpracováno do jednotlivých ročníků.
- Jednoznačně stanovit závazné požadavky pro přijímací zkoušky a maturity.
- Zvýšit povinnou hodinovou dotaci matematiky, neponechávat stanovení počtu hodin na řediteli školy.

- Zajistit alespoň jednou za týden „půlení třídy“ na procvičování učiva.
- Zajistit, aby střední školy respektovaly kurikulární dokumenty a nepožadovaly po žácích, co není v RVP ZV (např. lomené výrazy, goniometrické funkce, kvadratické funkce a rovnice).
- Zlepšit výuku na předchozím stupni vzdělávání (první stupeň nebo druhý stupeň ZŠ).
- Zajistit moderní učebnice pro střední odborné školy.
- Zlepšit prezentaci matematiky v médiích.

- VÍCE HODIN, NEJLÉPE DĚLENÝCH  
 - VÍCE FINANCIÍ NA POMŮCKY A JEJICH VHDNÁ NABÍDKA  
 (KVALITNÍCH)  
 - MOŽNOST ŽKOLENIÍ S PRAKT. NÁMĚTY  
 - VÍCE UČITELŮ MATEMATIKY, KT. VÝUKA ZAVÍÍ :)

## 2 Identifikace nových společenských potřeb

### 2.1 Studium strategických materiálů z relevantních sfér rozvoje společnosti

#### 2.1.1 Klíčové schopnosti pro celoživotní učení – Evropský Referenční Rámec

Dokument *Klíčové schopnosti pro celoživotní učení – Evropský Referenční Rámec* je přílohou doporučení Evropského parlamentu a Rady ze dne 18. prosince 2008, o klíčových schopnostech pro celoživotní učení.<sup>30</sup> Kromě jiného je zde uvedena i **definice matematické schopnosti a nejdůležitější znalosti, dovednosti a postoje související s touto schopností**. Vše koresponduje s definicí matematické gramotnosti např. ve výzkumu PISA, o které již byla zmínka v části 1.1.4.

**A** **Definice:**  
Matematická schopnost je schopnost rozvíjet a používat matematické myšlení k řešení problémů v různých každodenních situacích. Vycházejí ze spolehlivého zvládnutí základních početních úkonů je důraz kladen na proces a činnost, jakož i na znalosti. Matematická schopnost zahrnuje na různých úrovních schopnost a ochotu používat matematické způsoby myšlení (logické a prostorové myšlení) a prezentace (vzorce, modely, obrázky, grafy a diagramy).

**Nejdůležitější znalosti, dovednosti a postoje související s touto schopností**

- Znalostmi nezbytnými pro matematiku jsou velmi dobrá znalost čísel, měr a struktur, základních operací a základních matematických prezentací a pochopení matematických termínů a definic a povědomí o otázkách, na něž může dát matematika odpověď.
- K dovednostem jedince patří používání základních matematických principů a postupů v každodenních situacích doma a v práci a schopnost sledovat a hodnotit sled argumentů. Měl by být schopen matematicky uvažovat, rozumět matematickým důkazům, komunikovat v jazyce matematiky a používat příslušné pomůcky.
- Kladný postoj je v matematice založen na respektování pravdy a na ochotě hledat odůvodnění a hodnotit jejich platnost.

Obrázek 5 Klíčové dovednosti

#### 2.1.2 Dlouhodobý záměr vzdělávání a rozvoje vzdělávací soustavy České republiky na období 2015–2020

Společnost současné doby je společností rychlých změn (technologických, ekonomických, společenských a environmentálních), které ovlivňují ekonomiku a ve svém důsledku celou společnost. Pro budoucí období, které přesahuje období *Dlouhodobého záměru*<sup>31</sup>, je třeba počítat s tím, že cíle a obsah vzdělávání bude třeba budoucím trendům výrazněji přizpůsobit.

<sup>30</sup> *Klíčové schopnosti pro celoživotní učení, Evropský Referenční Rámec*. Evropské společenství, 2007.

<sup>31</sup> *Dlouhodobý záměr vzdělávání a rozvoje vzdělávací soustavy České republiky na období 2015–2020*. Praha: MŠMT, 2015.

Ve svém důsledku to bude posléze znamenat systematictější přístup i k inovaci rámcových vzdělávacích programů. **Struktura škol a školského systému bude orientována na potřeby vyváženého rozvoje společnosti a obsahy učiva budou přizpůsobovány měnícímu se hospodářskému i společenskému prostředí.**

Základním předpokladem fungujícího vzdělávacího systému je jeho dobrá dostupnost a prostupnost všech stupňů škol pro všechny společenské skupiny, ale i **omezování formální diferenciacce vzdělávacích cest na nižších stupních vzdělávání a podpora rovných šancí pro přechod do sekundárního i terciárního vzdělávání.**

Mezi hlavní úkoly v oblasti předškolního vzdělávání pro následující období patří především zavedení povinného posledního ročníku předškolního vzdělávání a podpora mateřských škol při začleňování dětí ze znevýhodněných skupin, v místech zvýšeného zájmu o předškolní vzdělávání navýšení nedostatečných kapacit mateřských škol a zvyšování kvality předškolního vzdělávání.

V předcházejících letech byla dokončena kurikulární reforma základního vzdělávání, která mimo nesporných výhod přinesla i potřebu případných efektivních a předvídatelných revizí Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání (RVP ZV). V následném období bude třeba soustředit pozornost na vytvoření pro školy byrokraticky nezatěžujících postupů, které umožní v časově přijatelných etapách (např. 5 let) inovovat kurikulární rámec tohoto základního segmentu vzdělávací soustavy.

Ve středním vzdělávání budou zahájeny obsahové a strukturální úpravy RVP tak, aby v reakci na potřeby zaměstnavatelů i společnosti směřovaly nejen k současným, ale také k budoucím potřebám pracovního i společenského uplatnění absolventů, respektovaly rozvoj technologií a dalších inovačních trendů, umožnily efektivnější rozvoj přenositelných znalostí, dovedností a schopností a zároveň aby akcentovaly potřebu většího podílu praktického vyučování v zájmu dostatečného osvojení profesně orientovaných vědomostí a dovedností žáků. *Dlouhodobý záměr* se také věnuje přijímacímu řízení a maturitním zkouškám.

Hlavní úkoly jsou v *Dlouhodobém záměru* zaměřeny také na pravidelná zjišťování úrovně vzdělávání žáků v ZŠ prostřednictvím výběrových šetření (realizovaná nejen v 5. a 9. ročnících v předmětech a oblastech podle RVP ZV) s možností využít tato zjišťování všemi školami,

kteří o ně projeví zájem. Výsledky ze šetření budou využívány pro zvýšení kvality vzdělávacího systému a poskytovány jako zpětná vazba zúčastněným školám.

**Z výše uvedených hlavních úkolů z Dlouhodobého záměru pro potřeby revizí RVP vyplývá:**

- Zavést poslední rok předškolního vzdělávání jako povinný.
- Jasněji vymezit očekávané cíle vzdělávání jako referenční body srozumitelné pro učitele, žáky a studenty, rodiče, zaměstnavatele i veřejnost.

### 2.1.3 Strategie digitálního vzdělávání do roku 2020

Zapojení moderních technologií do vyučování, rozvoj kompetencí žáků v oblasti práce s informacemi, s digitálními technologiemi a také rozvoj inforatického myšlení žáků, tak, aby měli možnost uplatnění v informační společnosti v průběhu celého života, je cílem *Strategie digitálního vzdělávání do roku 2020*.<sup>32</sup> Je třeba si uvědomit, že využití technologií k učení představuje, přes různá optimistická tvrzení, pro žáky výzvu, protože jde mnohdy o jiné způsoby využití, než na jaké jsou žáci zvyklí z mimoškolního prostředí. V tomto ohledu sehrává škola klíčovou roli. Škola musí nejenom vyučovat s pomocí digitálních technologií, ale musí naučit učit se s pomocí digitálních technologií žáky. Z výzkumů plyne, že mnozí žáci nikdy nepoužili například elektronickou učebnici, podcast nebo třeba výukovou hru. Poměrně mnoho žáků doposud nikdy nepoužilo ve výuce žádné multimediální nástroje.

Velmi důležitým pojmem, který *Digitální strategie* vymezuje, je **inforatické myšlení** (computational thinking)<sup>33</sup>. Jde o relativně nový pojem, který odráží potřebu porozumění světu kolem nás z nové perspektivy. Touto perspektivou jsou informace a způsoby, jakými fungují digitální technologie. Jde o způsob uvažování, který používá inforatické metody řešení problémů, a to včetně problémů komplexních či nejasně zadaných. Rozvíjí schopnost analyzovat a syntetizovat, zevšeobecňovat, hledat vhodné strategie řešení problémů a ověřovat je v praxi. Vede k přesnému vyjadřování myšlenek a postupů a jejich zaznamenání ve

<sup>32</sup> *Strategie digitálního vzdělávání do roku 2020*. Praha: MŠMT, 2014.

<sup>33</sup> Inforatické myšlení zahrnuje jak dovednosti rozvíjené většinou vzdělávacích oborů (kreativitu, schopnost vysvětlování a týmové práce), tak dovednosti řešení problémů, schopnost logického a algoritmickeho myšlení, schopnosti strukturační, abstrakce nad objekty a procesy, schopnosti vyvíjet technologie a porozumět tomu, jak fungují. V prostředí všudypřítomných digitálních technologií je základní pochopení jejich konceptů, dovednost je ovládat a modifikovat jejich funkce podle vlastních požadavků důležitým předpokladem pro jejich smysluplné a efektivní využívání.

formálních zápisech, které slouží jako všeobecný prostředek komunikace. Pracuje se základními univerzálními pojmy, které přesahují současné technologie: algoritmus, struktury, reprezentace informací, efektivita, modelování, informační systémy, principy fungování digitálních technologií.

Zařazení informatiky a rozvoje informatického myšlení do kurikula pomůže při strukturování a formulování pokročilejších a užitečnějších vzdělávacích cílů. Rozvoj informatického myšlení umožňuje žákům osvojení dovedností, které souvisejí s řešením široké škály problémů a které vyplývají z povahy efektivního, tedy zpravidla automatizovaného zpracování informací. Informatika by se tak měla stát plnohodnotným partnerem ostatních předmětů, s hlubšími mezipředmětovými vazbami.

Strategie digitálního vzdělávání formuluje tři prioritní cíle, ke kterým budou směřovat první intervence:

- otevřít vzdělávání novým metodám a způsobům učení prostřednictvím digitálních technologií
- zlepšit kompetence žáků v oblasti práce s informacemi a digitálními technologiemi
- rozvíjet informatické myšlení žáků.

Aktuální znění vzdělávacích oborů zabývajících se informačními a komunikačními technologiemi v RVP ZV, RVP G, RVP SOV je zastaralé, nereflektuje stupeň vývoje a dostupné možnosti digitálních technologií. Mnoho vyspělých států v posledních letech do svých kurikul zahrnuje jako jeden z důležitých konceptů pro pochopení a participaci ve světě technologií, které nás obklopují, koncept informatického myšlení, tedy sadu rozličných dovedností, které souvisejí s řešením problémů a vyplývají ze zkoumání povahy zpracování informace.

**Z výše uvedených hlavních úkolů Strategie digitálního vzdělávání pro potřeby revizí RVP vyplývá:**

- Porozumění informatice vyžaduje stále více profesí napříč obory a uplatňuje se i při řešení každodenních situací a problémů. Přesouvá pozornost od poznávání a využívání konkrétních technologií k základním principům informatiky jako oboru ležícímu na rozhraní vědy, techniky a matematiky.

- Informatické myšlení – způsob uvažování, který používá informatické metody řešení problémů, a to včetně problémů komplexních či nejasně zadaných – rozvíjí schopnost žáků analyzovat a syntetizovat, zevšeobecňovat, hledat vhodné strategie řešení problémů a ověřovat je v praxi. Vede k přesnému vyjadřování myšlenek a postupů a jejich zaznamenání ve formálních zápisech, které slouží jako všeobecný prostředek komunikace. Pracuje se základními univerzálními pojmy, které přesahují současné technologie: algoritmus, struktury, reprezentace informací, efektivita, modelování.

## 2.2 Studium veřejně zaujímaných postojů ke vzdělávání

Současnou situaci při zaujímání postojů k matematickému vzdělávání jasně popisují slova učitele treboňského gymnázia Martina Krynického na jeho webu Realisticti.cz: „*Překvapila mě míra sebekritičnosti dětí i skutečnost, že situaci vidí rozumněji než mediálně protežovaní konzultanti a odborníci na vzdělávání, kteří omamují veřejnost nerealizovatelnými (o to však vyžadovanějšími) vzdušnými zámky a tím ve výsledku poškozují snahy o konstruktivistické vzdělávání ve školách. Kdo chce být kytaristou, musí poctivě cvičit (i několik hodin denně). Nejdříve mu to nepůjde, ale postupně se bude zlepšovat, až se to naučí. Sledováním televize se fotbalistou nikdo nestane. Může pochopit pravidla, získat představu, co v jaké situaci udělat, ale na hřišti to nedokáže udělat. K opravdovému mistrovství v libovolném oboru je třeba 10 000 hodin cvičení. První podmínkou k tomu, aby se člověk naučil matematiku, je, že samostatně rozhoduje, jak co udělá a co je správné.*“<sup>34</sup>

Obecně prospěšná společnost **EDUin** velmi často veřejně zaujímá postoje ke vzdělávání. V první polovině roku 2013 uspořádala kampaně **Česko mluví o vzdělávání**.<sup>35</sup> Na závěr těchto kampaní bylo zpracováno sociologické šetření, které mělo korigovat či potvrdit závěry kampaně a ověřit, nakolik jsou politicky realizovatelné. Šetření probíhalo prostřednictvím otázek, na něž respondenti odpovídali po internetu, a to jak na sociologickém vzorku veřejnosti, tak na panelu odborníků. Za nejdůležitější cíl vzdělávání považují obě skupiny schopnost vychovat člověka odpovědného k okolí, který chápe morální hodnoty a je schopen komunikovat.

---

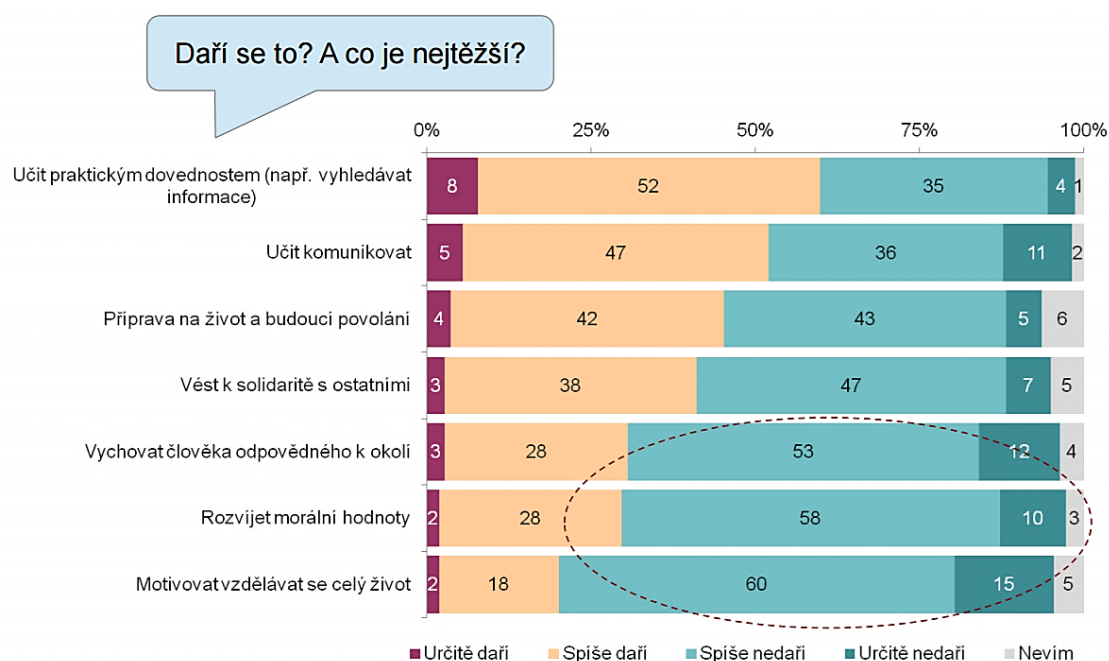
<sup>34</sup> [www.realiticky.cz](http://www.realiticky.cz)

<sup>35</sup> <http://ceskomluvi.cz/>





Obrázek 6 Výsledky hlasování o cílech vzdělávání – CMoV 2013



Obrázek 7 Výsledky hlasování o tom, co se ve školách daří a co nedaří – CMoV 2013

**Některé závěry z půlroční debaty relevantní pro potřeby revizí RVP:**

- Nejsou srozumitelně stanoveny cíle vzdělávání, a není tedy jasné, jaký úkol má školství splnit. Pokud neznáte cíl, je těžké hledat cestu.
- Důležité je vychovávat morálně zdatného a komunikujícího člověka.
- Nedělat další reformu, pomáhat školám, ředitelům a učitelům lépe učit.

**Unie školských asociací ČR – CZESHA** je nezávislým, dobrovolným, nepolitickým sdružením asociací, svazů a sdružení škol, školských zařízení a jiných právnických osob působících v oblasti školství na území České republiky, jehož poslání vychází z nezastupitelné úlohy a klíčového poslání školy a školského zařízení ve společnosti. Školy a školská zařízení mají rozhodující úlohu při realizaci vzdělávání a výchovy občanů naší společnosti a zároveň plní zaměstnavatelskou funkci. Účelem Unie je přispívat ke vzájemné výměně informací a zkušeností, aktivně se podílet na tvorbě a prosazování koncepcí vzdělávacího systému České republiky a spolupracovat při tom se zaměstnavateli a jejich organizacemi. Jako příklad uveďme usnesení z mimořádného jednání Národní rady 27. 6. 2016 k zavedení maturitní zkoušky.

**CZESHA požaduje:**

- Navýšit u všech RVP oborů s maturitní zkouškou počet hodin matematiky na minimální počet 10 hodin (s výjimkou oborů skupiny 82).
- Zavést povinnou maturitní zkoušku z matematiky u všech oborů s dotací výuky matematiky 10 hodin a více od roku 2021.

## **2.3 Studium výsledků sociologických a psychologických výzkumů týkající se potřeb a očekávání mladých lidí**

Ve škole, ale i v širší společnosti je občas matematika vnímána jako složitý a abstraktní předmět, jenž předpokládá učení se mnoha procesů a vzorců, u nichž nejenže se zdá, že jeden s druhým nesouvisí, ale také se jeví jako nepodstatné pro život žáků. Negativní postoje k matematice a nedostatek důvěry ve vlastní schopnosti v této oblasti mohou mít vliv na dosahované výsledky a mohou rozhodnout o tom, zda si žáci po skončení povinné školní docházky vyberou studium matematiky, či nikoliv. Publikace *Matematické vzdělávání v Evropě: společná úskalí a politiky jednotlivých zemí*, která již byla zmíněna, podává přehled strategií a iniciativ, jejichž cílem je posílit motivaci žáků učit se matematiku.

**Žáci do školy přicházejí s řadou individuálních postojů, jež mají značný vliv na jejich výsledky.** Tyto postoje lze nicméně ovlivnit procesem výuky a učení, který se ve škole odehrává. Otázkou motivace se v minulých desetiletích podrobně zabývaly výzkumy v oblasti

vzdělávání, které zdůrazňují její účinky na učení ve škole. Všechny žáky je třeba motivovat, aby se zapojili do školních aktivit, což se týká i učení matematiky.<sup>36</sup> Pro pochopení látky je nezbytná vnitřní motivace žáka. Ta vede k tzv. self-efficacy (vnímané osobní účinnosti), tj. k přesvědčení jednotlivce o jeho vlastních schopnostech. Výzkumy naznačují, že zejména v matematice je důvěra žáků ve vlastní úspěch jasným prediktorem akademického výkonu žáků a že žáci s vysoce rozvinutou sebedůvěrou využívají kognitivní a metakognitivní učební strategie účinněji a jsou si zároveň vědomi vlastních motivačních přesvědčení.

Čeští žáci vykazují, co se týče jejich práce a výsledků v matematice, ve srovnání se žáky ostatních zemí OECD podprůměrnou sebedůvěrou, která výrazně negativně ovlivňuje jejich výsledky. Česká republika navíc patří mezi země OECD, v nichž bylo zhoršení průměrného výsledku v matematice od roku 2003 doprovázeno statisticky významným zhoršením průměrné hodnoty indexu charakterizujícího vztah žáka ke škole. Hodnota dalšího indexu, vypovídajícího o tom, zda žák považuje školu za přátelské prostředí, do kterého sám také patří, poklesla v tomto období u českých žáků tak, že byla v roce 2012 mezi zeměmi OECD nejnižší.<sup>37</sup>

Údaje šetření TIMSS potvrzují, že v zúčastněných zemích EU dosáhli žáci s kladnými postoji, zvláště žáci osmých ročníků, v průměru lepších výsledků než žáci, kteří vykazovali negativní postoje. Výsledky téhož šetření navíc ukázaly, že lepších výsledků dosahují ti žáci, kteří vnímají matematiku jako předmět užitečný pro jejich vzdělání a povolání. Uvedená studie dále ukazuje, že některé aspekty oblíbenosti škol a učení se jsou široce rozšířené napříč zeměmi:

- oblíbenost školy a učení se s postupujícím věkem (ročníkem) klesá
- oblíbenost je v průměru vyšší u dívek než u chlapců
- oblíbenost je vyšší u žáků s lepšími výsledky
- jen velmi malá část pozorovaných rozdílů v oblíbenosti souvisí s kvantifikovatelnými charakteristikami žáků, učitelů a škol.

Výše uvedené údaje doplní následující tabulka průměrné oblíbenosti školy a učení se v matematice, která je uvedena v studii Srovnání oblíbenosti školy a matematiky pohledem mezinárodních šetření.

---

<sup>36</sup> Ačkoliv je pojem „motivace“ používán běžně, v různých kontextech existuje řada jeho definic. V oblasti vzdělávání lze motivaci žáka definovat jako „škálu různých chování jednotlivců v otázkách iniciativy k nějaké činnosti, rozhodnutí o způsobu jejího provádění, vykonávání nějaké činnosti se zaujetím a prokázání vytrvalosti a dovedení dané činnosti až do konce“.

<sup>37</sup> Palečková, J., Tomášek, V. *Hlavní zjištění PISA 2012*. Praha: ČŠI, 2013

	TIMSS v 8. tř.*	Obliba školy			Obliba učení se matematice		
		4. třídy	8. třídy	9. / 10. tř.	4. třídy	8. třídy	9. / 10. tř.
<b>Česko</b>	<b>2007</b>	<b>2,10</b>	<b>2,47</b>	<b>2,38</b>	<b>1,84</b>	<b>2,81</b>	<b>2,85</b>
Finsko	2011	1,97	2,07	2,31	2,04	2,63	2,92
Maďarsko	2011	1,73	2,14	1,99	1,70	2,50	2,94
Itálie	2011	1,94	2,26	2,14	1,78	2,37	2,61
Litva	2011	1,63	2,07	2,01	1,60	2,15	2,59
Nizozemsko	2003	1,68	2,04	2,07	2,00	2,91	2,91
Norsko	2011	1,77	1,99	1,85	1,62	2,24	2,88
Slovensko	2003	1,87	2,52	2,26	1,71	2,56	2,94
Slovinsko	2011	1,90	2,65	2,00	1,79	2,84	2,95
Švédsko	2011	1,73	2,19	1,92	1,66	2,27	2,76
Anglie	2011	1,91	2,11	2,00	1,74	2,32	2,64
Belgie	2003	1,75	2,22	1,97	2,17	2,42	2,93
<b>Průměr**</b>		<b>1,76</b>	<b>2,29</b>	<b>2,07</b>	<b>1,80</b>	<b>2,46</b>	<b>2,76</b>

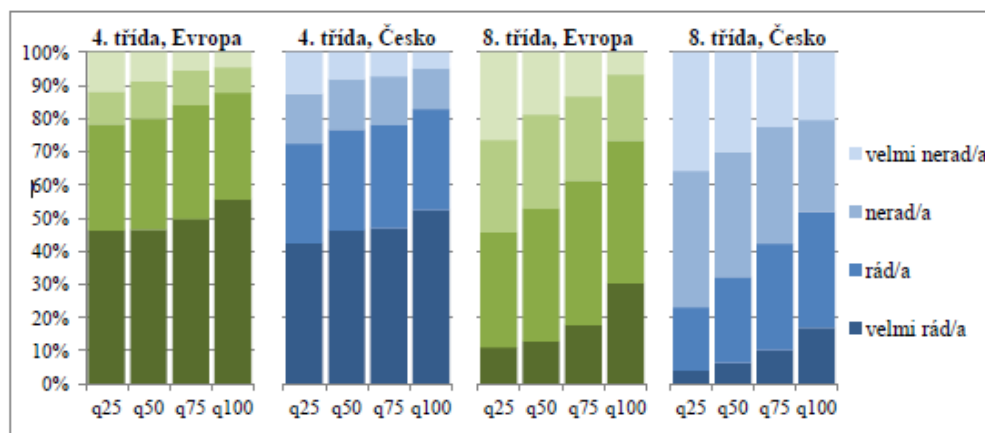
Nejvyšší oblíbě školy odpovídá hodnota 1, nejnižší oblíbenosti hodnota 4.

\* Roky, kdy se daná země naposledy zúčastnila šetření TIMSS žáků 8. tříd.

\*\* Jde o průměr za všechny země kromě Česka.

Tabulka 9 Průměrná oblíbenost školy a učení se matematice

Následující graf zachycuje oblību učení se matematice podle výsledků žáků v matematických testech.



Poznámka: Spodní kvartil (q25) představuje čtvrtinu žáků s nejnižším skóre a vrchní kvartil (q100) čtvrtinu žáků s nejvyšším skóre. Údaje za Evropu představují průměr za 11 sledovaných zemí Evropy, tedy bez Česka.

Graf 63 Obliba školy dle výsledků žáků v matematických testech rozdělených do 4 kvantilových skupin

Podle studie zaujímá Česko velmi výjimečnou pozici tím, že ve školách je výrazně více nespokojených žáků než v jiných zemích. Je to dáno především tím, že standardní fenomény se v Česku projevují abnormálně silně. Dochází zde k obrovskému propadu oblíbenosti školy a učení se mezi 4. a 8. třídou. Na celkové neoblíbě školy a učení se v českých 8. třídách se více než v jiných zemích podílejí chlapci. Neoblíba školy je také mnohem více rozšířena mezi žáky

s horšími a nejhoršími výsledky. Autoři studie ověřili, že tento propad v oblíbenosti školy a učení se mezi 4. a 8. ročníkem nespojuje se selekcí na víceletá gymnázia. Ačkoliv je neoblíbenost školy na víceletých gymnáziích výrazně nižší než na základních školách, i tak je výrazně nad průměrem sledovaných zemí. Co se týká oblíbenosti učení se matematice, ta dosahuje podobné úrovně na obou typech škol. Lze tedy konstatovat, že selekce žáků na víceletá gymnázia k propadu oblíbenosti školy a učení se výrazně nepřispívá.

#### **Důležité postřehy:**

- Žáci s kladnými postoji a sebedůvěrou v oblasti matematiky obvykle dosahují lepších výsledků.
- Dívky vykazují více úzkosti a méně důvěry ve vlastní schopnosti než chlapci. Údaje ze šetření PISA i TIMSS ukazují, že jakkoliv není propast mezi oběma pohlavími v oblasti výsledků velká, zůstává značná v oblasti sebedůvěry a vnímané osobní účinnosti.

## **2.4 Studium výsledků vědy a výzkumu relevantních pro danou vzdělávací oblast**

Vzhledem ke vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace nelze opomenout rozvoj technologií, které v současné době ovlivňují především vyučovací metody školské matematiky a jejich prostřednictvím poznávací procesy žáků. Z pohledu dosažení cílů matematického vzdělávání jsou důležité metody, které rozvíjejí vědomosti a dovednosti žáků prostřednictvím jejich aktivní činnosti, neboť napomáhají rozvíjení samostatného myšlení žáků a trvalejšímu zapamatování vědomostí.<sup>38</sup> V roce 2013 Česká školní inspekce uskutečnila Mezinárodní šetření počítačové a informační gramotnosti ICILS (International Computer and Information Literacy Study). V národní zprávě<sup>39</sup> je mimo jiné uvedeno:

- *Zhruba polovina českých učitelů se vyjádřila, že používání ICT při výuce není v jejich škole považováno za prioritu a že není dostatek času na přípravu hodin zahrnujících práci s ICT.*

<sup>38</sup> Robová, J. *Výzkumy vlivu některých typů technologií na vědomosti a dovednosti žáků v matematice*. Scientia in educatione 3(2), 2012.

<sup>39</sup> Bals, J., Boudová, S., Řezáčová, L. *Národní zpráva šetření ICILS 2013 (Počítačová a informační gramotnost českých žáků)*. Praha: Česká školní inspekce, 2014.

- *Počítač při výuce používají minimálně jednou týdně dvě třetiny učitelů (učitelé žáků 8. ročníků), což je v porovnání se zahraničím mírně nadprůměrné. Celkem 27 % učitelů jej používá každý den.*
- *Čeští učitelé vnímají ICT zázemí ve školách vůbec nejpozitivněji ze všech zúčastněných zemí. Učitelé víceletých gymnázií mají ovšem na ICT vybavení a ICT podporu méně pozitivní názor než jejich kolegové ze základních škol.*

Na základě výsledků uvedených výzkumů i vlastních zkušeností se domníváme, že při osvojování matematických vědomostí s podporou technologií záleží více na způsobu integrace technologií než na typu použitých prostředků (kalkulátor, počítač s vhodným programem, internet). Hlavním faktorem, který ovlivňuje využívání technologií ve školské matematice, se tak stává učitel, zejména jeho didaktické dovednosti a ICT kompetence.

**Při revizích obsahu kurikula je vzhledem k výše uvedeným poznatkům mimo jiné potřeba:**

- Uvažovat o začlenění využívání technologií přímo do obsahu vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace.
- Klást důraz na jednoznačnost, systematicčnost, algoritmizaci.

## 3 Návrh na revidované RVP v dané vzdělávací oblasti

### 3.1 Návrh na změny v celkové koncepci vzdělávání

Všechny současné společenské a technické proměny zohledňuje koncepce zdůrazňující výsledky učení, orientující proces vzdělávání na žáka. Výsledky učení by měly být formulovány odpovídajícím způsobem a v určité struktuře, aby byly pro dotyčnou cílovou skupinu srozumitelné, inspirativní a současně realistické. Jedná se o změnu paradigmatu při tvorbě kurikula; to by se nyní nemělo orientovat na obsahy vyučování, jak tomu bývalo povětšinou dříve, nýbrž na výsledky učení.<sup>40</sup>

Výsledky učení samozřejmě nejsou žádným samospásným řešením veškerých pedagogických problémů. Ve spojení se způsoby výuky a hodnocením výsledků učení se však výsledky učení stávají nástrojem k proměně zavedených zvyklostních postupů. Jestliže učiníme předmětem své pedagogické pozornosti právě výsledky učení, nutně zjistíme, že musíme změnit také způsoby učení, abychom dosáhli toho, oč nám jde, a že na obojí je třeba navázat odpovídající formy průběžného (formativního) i závěrečného (sumativního) hodnocení. Je to organický proces – přijetím metody výsledků učení jako bychom (sami sobě) dali impulz k provedení dalších navazujících změn. Jen tak si zajistíme, aby nám celek nakonec správně fungoval a aby nám přinesl to, co od něho očekáváme.

### 3.2 Návrh na hlavní změny v požadovaných výsledcích učení

#### žáků

Při formulování požadovaných výsledků učení žáka je třeba mít na zřeteli všechny zmíněné složky, nejen požadované výsledky učení (které mohou být rozpracované do elementárních indikátorů), ale i již zmíněné metody vzdělávání (cesty, po nichž žáci k výsledkům dojdou) a samozřejmě i způsoby ověření konečného efektu.

Důležité je i stanovení **tematických okruhů**, ve kterých jsou požadované výsledky učení formulovány. Následující navržené tematické okruhy vycházejí z porovnání stávajících tematických okruhů v českých kurikulárních dokumentech s tematickými okruhy v osmi mezinárodních dokumentech a s rozdělením obsahu do čtyř okruhů výzkumu PISA. Tematické

---

<sup>40</sup> Bienertová-Vašků, J., Cejpek, V., Gavalcová, T., Pasáčková, E., Rajmon, R., Valová, L. *Využití výsledků učení na vysokých školách*. MŠMT, 2016.

okruhy jsou stanoveny shodně pro všechny stupně a typy vzdělávání, neznamená to však, že musejí být vždy rozpracovány do stejných požadovaných výsledků učení.

### **Současné tematické okruhy vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace:**

1. Číslo a početní operace
2. Algebraické výrazy, rovnice
3. Geometrie v rovině
4. Geometrie v prostoru
5. Závislosti a funkční vztahy
6. Práce s daty a informacemi
7. Kombinatorika a pravděpodobnost.

## **3.3 Návrh na způsoby hodnocení požadovaných výsledků učení**

Současné hodnocení se zaměřením na výkon žáka bez poskytnutí zpětné vazby nemotivuje žáky ke zlepšení výsledků vzdělávání. V chápání zpětné vazby z hlediska hodnocení převažuje sumativní přístup. Je proto důležité a potřebné zaměřit se na formativní způsob hodnocení žáků. Ze zjištění mezi pedagogy vyplývá, že chybějí metodické nástroje a není dostupné další vzdělávání pedagogických pracovníků v této oblasti.

Podle OECD jsou hodnoticí postupy a kritéria ve školách stanoveny příliš obecně, žákům nejsou poskytovány informace, podle jakých kritérií budou hodnoceni. Výstupy žáků na konci základního vzdělávání při přestupu na střední školu nejsou srovnatelné. Částečně bude tento problém řešen přijímacími zkouškami do oborů středního vzdělání s maturitní zkouškou. Je však potřeba nastavit kritéria hodnocení a metodiku jejich využívání tak, aby hodnocení výsledků vzdělávání žáků v různých školách bylo srovnatelné.<sup>41</sup>

Samostatný, zodpovědný a s vlastním zájmem o vzdělávání, takový by mohl být prototyp ideálního žáka v českých školách. Jednou z metod, která by trendu mohla napomoci, je formativní hodnocení. Ve školách se prosazuje čím dál víc. Podle ministerstva školství zájem o takový typ hodnocení roste. Vychází to z údajů České školní inspekce, která ve školním roce 2014/15 zaznamenala formativní hodnocení v necelých 70 procentech hospitovaných hodin,

---

<sup>41</sup> *Dlouhodobý záměr vzdělávání a rozvoje vzdělávací soustavy České republiky na období 2015-2020.*



letos je to už 88 procent. Podle psychologa Václava Mertina navíc mnozí z nás, aniž by o tom věděli, používají formativní hodnocení i v běžném životě.<sup>42</sup>

V souvislosti s hodnocením výsledků učení je třeba se zmínit o materiálu, který vznikl v roce 2014, doposud však nebyl plně využit, *Nástroje pro ověřování očekávaných výstupů RVP ZV*.<sup>43</sup> Přináší nabídku nástrojů, které lze využít při ověřování očekávaných výstupů, které nelze elektronicky testovat. Jedná se o: písemnou práci, ústní zkoušku, záznam pozorování, praktickou zkoušku, projekt, tvůrčí dílo, portfolio, deník, grafickou práci, pohybový výkon, myšlenkovou mapu a myšlenkové schéma.

**Při revizích obsahu kurikula je vzhledem k výše uvedeným poznatkům mimo jiné potřeba:**

- Využít zjištění v publikaci Starý, K., Laufková, V., a kol. Formativní hodnocení. Praha: Portál, 2016.
- Klást důraz na matematické uvažování, matematickou kreativitu a objevování problémů i na přínos komunikace ve vazbách učitel–žák, žák–žák.

### 3.4 Popis hlavních učebních činností žáků v příslušné vzdělávací oblasti

Ke stanovení hlavních učebních činností žáků v hodinách matematiky využijme současnou definici matematické gramotnosti ČŠI, protože jsou v ní popsány konkrétní pozorovatelné aspekty výuky a projevů žáků:

- analýza pojmů, vztahů a situací, vzájemná diskuse žáků nad problémem
- získávání a třídění zkušeností pomocí vlastní manipulativní a spekulativní (badatelské) činnosti (nejčastěji metodou pokus–omyl)
- zobecňování získaných zkušeností
- objevování zákonitostí
- tvoření modelů a protipříkladů, argumentace
- práce s chybou jako podnětem k hlubšímu pochopení zkoumané problematiky.

<sup>42</sup> Rajlichová, E. *Zlepšení bez hanby a ztráty motivace. I k tomu ve školách pomůže formativní hodnocení*, Zpravy.rozhlas.cz

<sup>43</sup> *Nástroje pro ověřování očekávaných výstupů RVP ZV*. Praha: NÚV, 2014.

### 3.5 Referenční komplexní úlohy pro žáky a jejich zdroje

Kvalitní matematické vzdělání musí podle OECD zlepšovat kreativitu, kritické myšlení, komunikační schopnosti, týmovou práci a sebedůvěru celé populace žáků.<sup>44</sup> Základním kamenem proto musí být řešení komplexních, neznámých a nerutinních problémů (CUN – complex, unfamiliar and non-routine problems). To vyžaduje matematické dovednosti, které zahrnují nejen logiku a dedukci, ale také intuici, smysl pro čísla a vyvozování závěrů. Neznamená to, že by rutinní cvičení a úkoly měly být vyřazeny z kurikula (řešení rutinních problémů je nezbytné pro procvičování, dokonalé zvládnutí početních úkonů a schopnost reagovat automaticky). Matematické vzdělávání by ale současně mělo jít nad rámec rutinních úkonů a zahrnovat inovativní problémy typu CUN.

#### Prodej – příklad rutinní úlohy

*V supermarketu A stojí 1 kg masa 8 eur a 1 kg drůbeže 4 eura. V supermarketu B stojí 1 kg masa 7 eur a 1 kg drůbeže 5 eur. Pan Jonson chce koupit 3 kg masa a 2 kg drůbeže. Který supermarket je levnější?*

#### Úloha se supermarketem – příklad CUN úlohy

*Několik supermarketů před prázdninami inzerovalo, že jsou nejlevnějším supermarketem ve městě. Vyhledejte potřebné informace a zjistěte, který z reklamních materiálů má pravdu.*

Ve spojení s výše uvedenými dvěma typy úloh je třeba se ještě zmínit o tzv. autentických úlohách. Tyto úlohy vycházejí z kontextu skutečného světa, žáci musejí nejprve rozpoznat, o čem je problém a jaké matematické znalosti je třeba aktivovat pro jeho vyřešení. Žáci často úkol řeší různými způsoby, navrhují kreativní postupy řešení, hodnotí vlastní řešení a řešení ostatních. Tento typ úloh je typickou součástí testování PISA 2012:

*Tvoji spolužáci organizují party. Škola poskytne nealkoholické nápoje, tvým úkolem je objednat pizzy. Třídní rozpočet činí 85.00 eur. Samozřejmě chceš koupit tolik pizz, kolik můžeš. Máš k dispozici jídelní lístek tří místních pizza restaurací. Porovnej ceny a navrhní třídnímu pokladníkovi nejlevnější nabídku. Napiš pokladníkovi zprávu, v níž svůj návrh odůvodníš.*

#### Úloha s pizzou – příklad autentické úlohy

	Cena pizzy eur	Průměr cm	Cena přílohy eur
PIZZA BOOM			
Osobní pizza	3.50	15	4.00
Malá	3.50	15	4.00
Střední	6.50	23	7.75
Velká	12.50	38	14.45
Extra velká	15.50	45	17.75
SUPER PIZZA			
Malá	8.65	30	9.95
Střední	9.65	35	10.95
Velká	11.65	40	12.95
MC PIZZA			
Malá	6.95	25	1.00
Velká	9.95	35	1.25

<sup>44</sup> Srv. *Matematické vzdělávání pro 21. století rozvíjí kreativitu a komunikační dovednosti*, Zpravodaj – odborné vzdělávání v zahraničí. Praha: NÚV, 2016.

Význam matematického uvažování, matematické kreativity a objevování problémů i přínos komunikace v hodinách matematiky shrnuje ve svých standardech i americká Národní rada učitelů matematiky (NCTM – The National Council of Teachers of Mathematics), která je vydavatelem několika časopisů. V seminářích pro učitele<sup>45</sup> byly v letech 2013–2016 využívány modifikované aktivity uveřejněné v časopisech *Mathematics Teacher* a *Mathematics Teaching in the Middle School*.

Vhodnou inspirací pro referenční komplexní úlohy mohou být i výstupy z projektů OP VK např. *Matematika s radostí* (VSB Ostrava)<sup>46</sup> a *Matematika pro všechny* (JČMF)<sup>47</sup> nebo výstupy projektů MŠMT, např. *Manipulativní činnosti*, *Lektorky MŠ* a *Matematika v médiích* (JČMF)<sup>48</sup>. Nelze opomenout ani *Metodické komentáře ke Standardům pro základní vzdělávání Matematika a její aplikace* (NÚV, 2015).<sup>49</sup>

**Při revizích obsahu kurikula je vzhledem k výše uvedeným poznatkům potřeba:**

- Pokračovat ve vyhledávání vhodných referenčních komplexních úloh z výše uvedených zdrojů.

<sup>45</sup> Lektori: doc. E. Fuchs a RNDr. E. Zelendová.

<sup>46</sup> <http://msr.vsb.cz/>

<sup>47</sup> <https://www.suma.jcmf.cz/projekty/matematika-pro-vsechny/>

<sup>48</sup> <https://www.suma.jcmf.cz/projekty/>

<sup>49</sup> <https://clanky.rvp.cz/clanek/c/Z/20617/metodicke-komentare-k-oboru-matematika-a-jeji-aplikace.html/>

## 4 SWOT analýza změn současného kurikula vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace

### SILNÉ STRÁNKY

- **Zkušenosti a erudice NÚV** se zaváděním kurikulární reformy (RVP)
- **Možnost navázat na průběžné kroky** podporující požadavky společnosti (Standardy, Metodické komentáře, vzdělávání učitelů)
- **Relativní stabilita vzdělávací oblasti** Matematika a její aplikace

### SLABÉ STRÁNKY

- **Nedostatek času k důslednému ověření** nové formy RVP
- **Požadavky společnosti** jsou dlouhodobě nepředvídatelné
- **Nejasné dopady případných systémových změn** (např. Průmysl 4.0)

### PŘÍLEŽITOSTI

- **Upřesnění závazných výsledků učení** ve větším počtu uzlových bodů vzdělávání (konkretizace ve třech úrovních)
- **Přenos moderních pohledů na vzdělávání** směrem k pedagogickým pracovníkům, rodičům i žákům (taxonomie Marzano, Kendall 2007)
- **Vytvoření prostoru při výuce** pro rozvoj sebeřízení a metakognice žáků (navýšení počtu hodin, alespoň jedna půlená hodina týdně)
- **Otevřenější spolupráce** se všemi aktéry vzdělávání

### HROZBY

- **Nechť učitelů** měnit současné ŠVP
- **Nedostatečný vhled pedagogů** do problematiky taxonomií vzdělávacích cílů
- **Navýšení hodin** nebude pedagogy využíváno pro rozvoj žáků v oblastech sebeřízení a metakognice, bude navýšen obsah učiva
- **Odmítnutí nové formy RVP** v důsledku nepodložených argumentů pro její realizaci

## Informační zdroje

- [1] Bals, J., Boudová, S., Řezáčová, L. *Národní zpráva šetření ICILS 2013 (Počítačová a informační gramotnost českých žáků)*. Praha: Česká školní inspekce, 2014.
- [2] Bienertová-Vašků, J., Cejpek, V., Gavalcová, T., Pasáčková, E., Rajmon, R., Valová, L. *Využití výsledků učení na vysokých školách*. Praha: MŠMT, 2016.
- [3] Blažek, R., Příhodová, S., *Mezinárodní šetření PISA 2015*. Praha: ČŠI, 2016.
- [4] *Dlouhodobý záměr vzdělávání a rozvoje vzdělávací soustavy České republiky na období 2015–2020*. Praha: MŠMT.
- [5] *Doporučené učební osnovy předmětů Český jazyk a literatura, Anglický jazyk a Matematika pro základní školu*. Praha: MŠMT, 2011.
- [6] Fuchs, E., Zelendová, E. (Eds.) *Matematika v médiích. Využití slovních úloh při kooperativní výuce na základních a středních školách*. Praha: Jednota českých matematiků a fyziků, 2015.
- [7] Fuchs, E., Lišková, H., Zelendová, E. *Porovnání očekávaných výstupů RVP ZV a standardů vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace s vybranými zahraničními kurikuly z pohledu mezinárodního výzkumu PISA*. Praha: NÚV, 2013.
- [8] Fuchs, E., Lišková, H., Zelendová, E. *Porovnání očekávaných výstupů vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace RVP ZV a Standardů ZV s úrovní nastavenou pro žáky daného věku v mezinárodních šetřeních TIMSS a PISA*. Praha: NÚV, 2012.
- [9] Janík, T., a kol. *Kvalita (ve) vzdělávání: obsahově zaměřený přístup ke zkoumání a zlepšování výuky*. Brno: Masarykova univerzita, 2013.
- [10] *Klíčové schopnosti pro celoživotní učení, Evropský Referenční Rámec*. Evropské společenství, 2007.
- [11] *Matematické vzdělávání pro 21. století rozvíjí kreativitu a komunikační dovednosti, Zpravodaj – odborné vzdělávání v zahraničí*. Praha: NÚV, 2016.

- [12] *Matematické vzdělávání v Evropě: společné úskalí a politiky jednotlivých zemí*. Praha: Dům zahraničních služeb, 2012.
- [13] *Nástroje pro ověřování očekávaných výstupů RVP ZV*. Praha: NÚV, 2014.
- [14] Palečková, J., Tomášek, V. *Hlavní zjištění PISA 2012*. Praha: ČŠI, 2013.
- [15] Plaut, S. (Eds.) *The Right to Literacy in Secondary Schools: Creating Culture of Thinking*. New York: Teachers College Press, Columbia University, 2008.
- [16] *Pokusné ověřování organizace přijímacího řízení na střední školy, řádný a náhradní termín 2016 – Komentovaná analýza účasti a výsledků*. Praha: Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání, 2016.
- [17] Rajlichová, E. *Zlepšení bez hanby a ztráty motivace. I k tomu ve školách pomůže formativní hodnocení*, Zpravy.rozhlas.cz
- [18] Rendl, M., Vondrová, N., a kol. *Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů*. Praha: UK – Pedagogická fakulta, 2013.
- [19] Robová, J. *Výzkumy vlivu některých typů technologií na vědomosti a dovednosti žáků v matematice*. Scientia in educatione, 3(2), 2012.
- [20] *Strategie digitálního vzdělávání do roku 2020*. Praha: MŠMT, 2014.
- [21] Starý, K., Laufková, V. a kol. *Formativní hodnocení*. Praha: Portál, 2016.
- [22] Šlapal, M., Košťálová, H., Hausenblas, O. *Metodika rozvoje čtenářství a čtenářské gramotnosti*. Nový Jičín: KVIC, 2012.
- [23] *Tematická zpráva Rozvoj čtenářské, matematické a sociální gramotnosti na základních a středních školách ve školním roce 2015/2016*. Praha: ČŠI, 2016.
- [24] Tomášek, V., Basl, J., Janoušková, S. *Mezinárodní šetření TIMSS 2015, národní zpráva*. Praha: ČŠI, 2016.
- [25] Walterová, E. *Kurikulum – Proměny a trendy v mezinárodní perspektivě*. Brno: Masarykova univerzita, 1994.

- [26] *Záměr rozvoje čtenářské a matematické gramotnosti v základním vzdělávání*. Praha: MŠMT, 2012.
- [27] *Závěrečná zpráva o přípravě, průběhu a výsledcích druhé celoplošné generální zkoušky ověřování výsledků žáků v počátečním vzdělávání (ve školním roce 2012/2013 pilotovaném na úrovni 5. a 9. ročníků základních škol)*. Praha: ČŠI, 2013.
- [28] Zíka, J. *Souhrnná závěrečná zpráva – Pokusné ověřování organizace přijímacího řízení do oborů vzdělání s maturitní zkouškou s využitím centrálně zadávaných jednotných testů*. Praha: Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání, 2016.



NÁRODNÍ ÚSTAV  
PRO VZDĚLÁVÁNÍ  
Weilova1271/6  
102 00 Praha 10  
[www.nuv.cz](http://www.nuv.cz)